

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM DO SISTEMA BIELA-MANIVELA DE COMPRESSOR PARA  
REDUÇÃO DE VIBRAÇÃO**

Daniel Loureiro Motta

SÃO PAULO  
2017

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM DO SISTEMA BIELA-MANIVELA DE COMPRESSOR PARA  
REDUÇÃO DE VIBRAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso de  
Engenharia Mecânica da Escola Politécnica  
da USP

Daniel Loureiro Motta

Orientador: Prof. Dr. Demetrio  
Cornílios Zachariadis

Área de concentração:  
Engenharia mecânica

SÃO PAULO  
2017

#### Catálogo-na-publicação

Motta, Daniel Loureiro  
MODELAGEM DO SISTEMA BIELA-MANIVELA DE COMPRESSOR  
PARA REDUÇÃO DE VIBRAÇÃO / D. L. Motta – São Paulo, 2017.  
102 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São  
Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Compressor 2.Vibração 3.Pistão 4.Simulação I.Universidade de São Paulo.  
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

## RESUMO

Com o intuito de reduzir a vibração nos compressores herméticos, muito utilizados em sistemas de refrigeração, é feita uma introdução sobre os tipos de compressores existentes e suas respectivas aplicações. É feita então a modelagem do sistema pistão-biela-manivela do compressor responsável pela compressão do fluido refrigerante. Foi adotada uma abordagem Lagrangeana onde, inicialmente, só são considerados o torque do motor e a força de atrito como esforços externos. A pressão do gás é adicionada na etapa seguinte. A modelagem é implementada no software Scilab onde é feita a simulação para os dois casos. Passa-se então à modelagem dos componentes internos do compressor e sua carcaça. A carcaça externa é considerada fixa, logo é feito o estudo apenas das vibrações que ocorrem na parte interna do compressor. Chega-se em um sistema de 7 graus de liberdade, 1 do pistão e 6 da parte interna. É feita uma análise das vibrações livres do sistema, de modo a identificar as frequências naturais e os modos de vibrar. Depois de realizada tal análise, é realizada a simulação de partida de um compressor hermético cujos parâmetros foram fornecidos pela empresa Tecumseh. Com a simulação, são feitas análises de amplitude dos deslocamentos lineares e angulares do sistema bem como uma análise paramétrica do mesmo. Tal análise verifica a influência da rigidez e do amortecimento das molas no comportamento do compressor, é investigada inclusive uma possível substituição das molas internas pelos coxins externos.

Palavras-chave: Compressor. Vibração. Pistão. Simulação.

## **ABSTRACT**

With the purpose of reducing hermetic compressor's vibrations, mainly used in refrigeration systems, is made an introduction about the different types of compressors and its applications. Next, is made the modeling of the compressor's rod-crank-piston system responsible for the refrigerant fluid's compression. It was adopted a Lagrangean approach where initially only engine's torque and friction's force are considered as external efforts. Gas pressure is added in the next step. The modeling is implemented on Scilab software where is made the simulation for both cases. Then, the focus changes to the modelling of compressor's internal components and its shell. The shell is considered fixed, therefore, only the internal components' vibration is analyzed. The final system has 7 degrees of freedom, one from the piston and 6 from the inner part. Then is made an analysis of system's free vibration, in order to identify the natural frequencies and vibration modes. After the analysis, a hermetic compressor's start simulation is made with the parameters given by Tecumseh Company. With the simulation, it is possible to analyze the amplitude of system's linear and angular movements and to do a parametric analysis. The analysis verifies the influence of spring's stiffness and damping on compressor's behavior, it's also investigated a possible substitution of inner spring by external dampers.

Key words: Compressor. Vibration. Piston. Simulation.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                 |                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| Figura 1- Ciclo de refrigeração de um ar condicionado Fonte: PEREIRA.....                       | 11                             |
| Figura 2- Compressor Hermético Alternativo Fonte: MACGNAN (2015).....                           | 12                             |
| Figura 3-Vista em corte de um compressor dinâmico radial. Fonte: MARTINELLI JR.<br>.....        | 14                             |
| Figura 4- Funcionamento de um compressor de palhetas deslizantes. Fonte:<br>MARTINELLI JR. .... | 14                             |
| Figura 5- Funcionamento de um compressor de parafuso. Fonte: MARTINELLI JR.<br>.....            | 15                             |
| Figura 6- Compressor do tipo scroll Fonte: MACGNAN (2015).....                                  | 15                             |
| Figura 7- Compressor alternativo aberto Fonte: MACGNAN (2015).....                              | 16                             |
| Figura 8- Compressor alternativo semi-hermético Fonte: SOTOMAYOR (2013) ..                      | 16                             |
| Figura 9-Sistema pistão-biela-manivela.....                                                     | 18                             |
| Figura 10- Diagrama cinemático do sistema pistão-biela-manivela .....                           | 19                             |
| Figura 11- Diagrama de Forças externas ao sistema.....                                          | 21                             |
| Figura 12a) DCL Pistão                                                                          | Figura 12b) DCL Manivela ..... |
| Figura 13- Variação do ângulo $\varphi$ ao longo do tempo .....                                 | 25                             |
| Figura 14- Variação da velocidade angular $\varphi$ com o tempo.....                            | 25                             |
| Figura 15- Variação da aceleração angular $\varphi$ com o tempo .....                           | 26                             |
| Figura 16- Variação do torque fornecido pelo motor.....                                         | 26                             |
| Figura 17- Força de atrito ( $\mu=0,1$ ) .....                                                  | 26                             |
| Figura 18- Variação do ângulo $\alpha$ com o tempo .....                                        | 27                             |
| Figura 19- Variação da velocidade angular $\alpha$ com o tempo .....                            | 27                             |
| Figura 20- Variação da posição x do pistão com o tempo .....                                    | 27                             |
| Figura 21- Variação da velocidade do pistão com o tempo .....                                   | 28                             |
| Figura 22-Ciclo termodinâmico de um compressor alternativo Fonte: UNICAMP ..                    | 29                             |
| Figura 23- Comparação ângulo $\varphi$ .....                                                    | 32                             |
| Figura 24- Comparação velocidade angular $\varphi$ .....                                        | 33                             |
| Figura 25- Comparação torque .....                                                              | 33                             |
| Figura 26- Variação da força de atrito com o tempo .....                                        | 33                             |
| Figura 27- Variação da força do ar no pistão com o tempo .....                                  | 34                             |
| Figura 28- Diagrama P x V .....                                                                 | 34                             |

|                                                                                                            |                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Figura 29- Diagrama Generalizado Fonte: BORGNAKKE, SONNTAG (2013).....                                     | 36                                         |
| Figura 30- Menor fator de compressibilidade Fonte: Adaptado de BORGNAKKE, SONNTAG (2013).....              | 37                                         |
| Figura 31- Comparação entre R-22 e ar ( $\varphi$ ) .....                                                  | 38                                         |
| Figura 32- Comparação entre R-22 e ar ( $\varphi$ ) .....                                                  | 38                                         |
| Figura 33- Comparação entre R-22 e ar (torque).....                                                        | 39                                         |
| Figura 34- Comparação entre R-22 e ar (diagrama p x v) .....                                               | 39                                         |
| Figura 35- Componentes internos de um compressor hermético Fonte: FRANCESCO, A; VITTORIO,B. (1993).....    | 40                                         |
| Figura 36- Modelo de elementos finitos do conjunto mola-batente Fonte: CARMO (2001).....                   | 41                                         |
| Figura 37- Sistema de coordenadas. Fonte: Adaptado de FRANCESCO, A; VITTORIO,B. (1993).....                | 42                                         |
| Figura 38- DCL eixo motor Fonte: Adaptado de FRANCESCO, A; VITTORIO,B. (1993).....                         | 43                                         |
| Figura 39- DCL da base do compressor Fonte: Adaptado de FRANCESCO, A; VITTORIO,B. (1993).....              | 44                                         |
| Figura 40- Graus de liberdade do compressor .....                                                          | 46                                         |
| Figura 41- Curva de torque Steel Motor 56, 0,18KW Fonte: SABATO (2010).....                                | 51                                         |
| Figura 42- Distância entre as molas internas e o centro de gravidade da caixa interna Fonte: TECUMSEH..... | 53                                         |
| Figura 43- Primeiro modo de vibrar.....                                                                    | 56                                         |
| Figura 44- Segundo modo de vibrar.....                                                                     | 56                                         |
| Figura 45- Terceiro modo de vibrar .....                                                                   | 56                                         |
| Figura 46- Quarto modo de vibrar .....                                                                     | 57                                         |
| Figura 47- Quinto modo de vibrar .....                                                                     | 57                                         |
| Figura 48- Sexto modo de vibrar .....                                                                      | 57                                         |
| Figura 49- Diagrama de Campbell.....                                                                       | 58                                         |
| Figura 50a- Ressonância em X                                                                               | Figura 50b- Ressonância em Y... 59         |
| Figura 51a- Ressonância em $\delta X$                                                                      | Figura 51b- Ressonância em $\delta Y$ . 59 |
| Figura 52a- Ressonância em $\delta Z$                                                                      | Figura 52b- Forças na ressonância 59       |

|                                                                                           |                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|----|
| Figura 53a- Velocidade do motor na ressonância em Z .....                                 | Figura 53b- Ressonância                                 | 60 |
| Figura 54a-Variação da rotação do motor                                                   | Figura 54b- Deslocamento X do CG .....                  | 61 |
| Figura 55a- Deslocamento Y do CG .....                                                    | Figura 55b- Deslocamento Z do CG .....                  | 61 |
| Figura 56a- Inclinação $\delta X$ da caixa interna.....                                   | Figura 56b- Inclinação $\delta Y$ da caixa interna..... | 62 |
| Figura 57a- Inclinação $\delta Z$ da caixa interna compressor .....                       | Figura 57b- Diagrama P x V .....                        | 62 |
| Figura 58a- Torque do motor .....                                                         | Figura 58b- Força de vibração nas molas .....           | 62 |
| Figura 59- Movimento do CG no plano XY .....                                              |                                                         | 63 |
| Figura 60a- Decaimento da amplitude em X em Y .....                                       | Figura 60b- Decaimento da amplitude em Y .....          | 64 |
| Figura 61a- Decaimento da amplitude em Z amplitude $\delta X$ .....                       | Figura 61b- Decaimento da amplitude $\delta X$ .....    | 64 |
| Figura 62a- Decaimento da amplitude $\delta Y$ $\delta Z$ .....                           | Figura 62b- Decaimento da amplitude $\delta Z$ .....    | 65 |
| Figura 63- Variação do deslocamento linear em função da rigidez das molas .....           |                                                         | 66 |
| Figura 64- Variação do deslocamento angular em função da rigidez das molas .....          |                                                         | 66 |
| Figura 65- Variação do deslocamento torcional em função da rigidez das molas .....        |                                                         | 66 |
| Figura 66- Variação do esforço transmitido a carcaça em função da rigidez das molas ..... |                                                         | 67 |
| Figura 67a- Deslocamento em X com coxins .....                                            | Figura 67b- Deslocamento em Y com coxins .....          | 68 |
| Figura 68a- Deslocamento $\delta X$ com coxins .....                                      | Figura 68b- Deslocamento $\delta Y$ com coxins .....    | 68 |
| Figura 69a- Deslocamento $\delta Z$ com coxins com coxins .....                           | Figura 69b- Força de vibração com coxins .....          | 68 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1- Parâmetros do compressor .....                                                          | 18 |
| Tabela 2- Regimes de aplicação da pressão do gás.....                                             | 30 |
| Tabela 3- Propriedades de fluidos refrigerantes Fonte: Adaptado de BORGNAKKE, SONNTAG (2013)..... | 36 |
| Tabela 4- Parâmetros e esforços no eixo.....                                                      | 43 |
| Tabela 5- Parâmetros e esforços na caixa principal .....                                          | 45 |
| Tabela 6- Parâmetros do compressor hermético Fonte: TECUMSEH .....                                | 52 |
| Tabela 7- Propriedades dos coxins Fonte:TECUMSEH.....                                             | 67 |

## SUMÁRIO

|                                                       |    |
|-------------------------------------------------------|----|
| 1. INTRODUÇÃO .....                                   | 11 |
| 1.1 Objetivo.....                                     | 12 |
| 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....                        | 13 |
| 2.1 Tipos de compressores .....                       | 13 |
| 2.2 Atrito .....                                      | 17 |
| 2.3 Biela e manivela.....                             | 17 |
| 2.4 Compressor escolhido .....                        | 18 |
| 3. MODELAGEM DO SISTEMA BIELA-MANIVELA .....          | 19 |
| 3.1 Modelagem cinemática .....                        | 19 |
| 3.2 Equação do movimento.....                         | 20 |
| 3.3 Simulação do sistema.....                         | 24 |
| 3.4 Adição da pressão do gás .....                    | 28 |
| 3.5 Considerações termodinâmicas.....                 | 35 |
| 4. DETALHAMENTO DOS CONSTITUINTES DO COMPRESSOR ..... | 40 |
| 4.1 Modelagem inicial da vibração .....               | 41 |
| 4.2 Parâmetros Utilizados .....                       | 50 |
| 5. VIBRAÇÕES LIVRES DO SISTEMA .....                  | 54 |
| 6. SIMULAÇÃO DO SISTEMA .....                         | 61 |
| 6.1 Análise Paramétrica .....                         | 65 |
| 7. CONCLUSÕES .....                                   | 70 |
| 8. FUTUROS TRABALHOS .....                            | 71 |
| 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                   | 72 |
| APÊNDICE .....                                        | 75 |

## 1. INTRODUÇÃO

Compressores são partes indispensáveis em ciclos de refrigeração, já que são responsáveis por elevar a pressão do fluido refrigerante permitindo que o mesmo possa continuar circulando pelo equipamento.

Localizado após o evaporador, é alimentado por gás com baixa pressão e produz gás a alta pressão. Esse processo de compressão permite que o fluido se dirija ao condensador onde troca calor com o ambiente e é resfriado. Como líquido, se dirige à válvula de expansão onde reduz sua temperatura e pressão. Ao chegar ao evaporador, resfria o ambiente e é direcionado ao compressor para reinício do ciclo.

Tal ciclo de refrigeração é conhecido como refrigeração por compressão de vapor. A Figura 1 ilustra o ciclo de refrigeração de um ar condicionado.

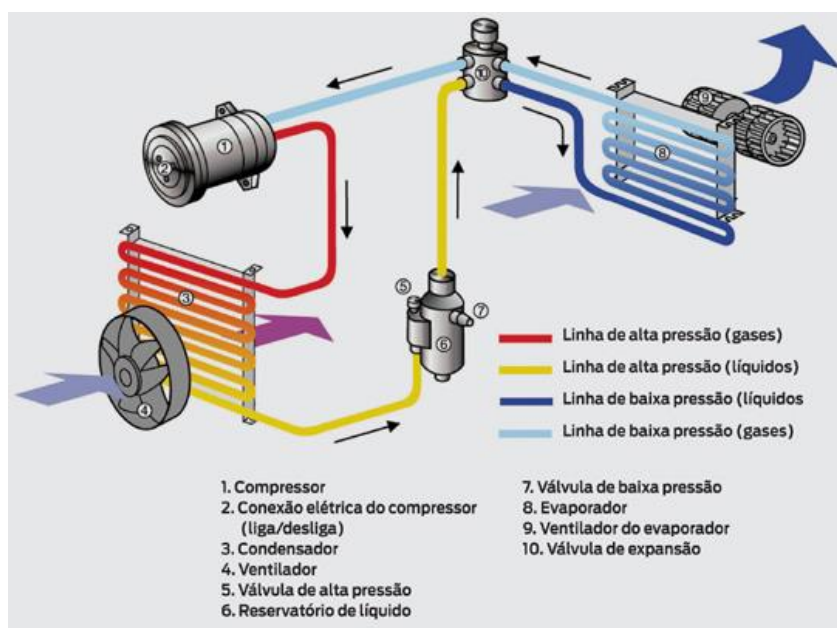


Figura 1- Ciclo de refrigeração de um ar condicionado Fonte: PEREIRA

Equipamentos de refrigeração muitas vezes geram ruídos capazes de incomodar os usuários. Cada vez mais a sociedade deseja elevar sua qualidade de vida, e trabalhar em um ambiente ruidoso pode ser uma causa de estresse diário ao qual a pessoa será submetida sempre que ligar o aparelho. Nesses aparelhos a principal fonte de ruído e de vibração é o compressor, desse modo se faz necessário estudar como é gerada a vibração no mesmo e como essa é transmitida para estrutura para finalmente ser propagada pelo ar até chegar à pessoa.

Vibração excessiva também pode ser prejudicial para a própria estrutura do equipamento e para o correto funcionamento do mesmo. Desse modo será feita a modelagem do compressor para avaliação das características que mais interferem na sua vibração de modo a projetar mecanismos que a atenuem.

Equipamentos como *freezers* e refrigeradores são exemplos de equipamentos de refrigeração que devem ter sua vibração e ruído controlado devido a constantes reclamações de usuários em relação a esse aspecto. O principal tipo de compressor utilizado em tais aparelhos é do tipo hermético alternativo. Nesse dispositivo a compressão é realizada por meio de um pistão acionado por um motor elétrico, ambos protegidos dentro da mesma carcaça. A Figura 2 ilustra um equipamento desse tipo.

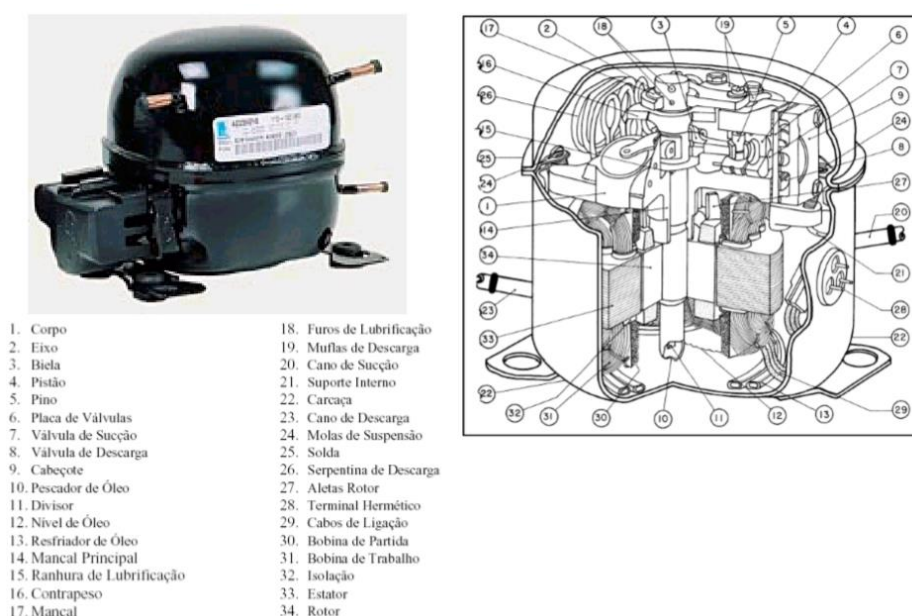


Figura 2- Compressor Hermético Alternativo Fonte: MACGNAN (2015)

## 1.1 Objetivo

O objetivo desse trabalho é a modelagem e simulação de um compressor hermético de modo a verificar a vibração transmitida para a estrutura. Desse modo será possível identificar meios de reduzir o ruído e vibração produzido por um equipamento de refrigeração. Para isso será feita a modelagem primeiramente dos esforços no pistão e posteriormente do sistema de suspensão do compressor. A modelagem será realizada para um compressor hermético monocilíndrico por ser muito utilizado em *freezers* e refrigeradores.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Primeiramente serão explicitados os diferentes tipos de compressores ressaltando suas características principais e aplicações típicas. Desse modo será possível definir com clareza qual tipo de compressor é o mais utilizado para a refrigeração em freezers, o compressor hermético alternativo.

Uma vez escolhido o compressor a ser abordado por esse trabalho, é necessário começar a modelagem do sistema mecânico do mesmo. Dessa forma é preciso entender os fenômenos envolvidos no processo de compressão.

No que diz respeito aos fenômenos que regem os esforços entre o pistão e a camisa, pode-se agrupá-los em duas frentes, o efeito devido às forças de atrito, e os efeitos de pressão exercidos pelo fluido de trabalho no pistão.

### **2.1 Tipos de compressores**

Compressores podem ser classificados como sendo de deslocamento positivo ou dinâmicos. Segundo Macgnan (2015), no primeiro caso a compressão é realizada mediante alteração no volume ocupado pelo fluido e, portanto, na pressão exercida sobre ele. Nos compressores dinâmicos, o aumento de pressão se dá devido à conversão de energia cinética em pressão, ainda conforme Macgnan (2015).

Compressores dinâmicos podem ser axiais ou radiais conforme a direção dos fluxos de entrada e saída. Em ambos os casos, o rotor adiciona energia cinética ao escoamento, que depois passa por uma voluta ou pelas pás do difusor e recebe um aumento na pressão em detrimento da energia cinética. Na figura abaixo, está ilustrada uma vista em corte de um compressor dinâmico radial. Segundo MARTINELLI JR., são amplamente utilizados em grandes instalações, de 200kW A 10000KW de capacidade de refrigeração.

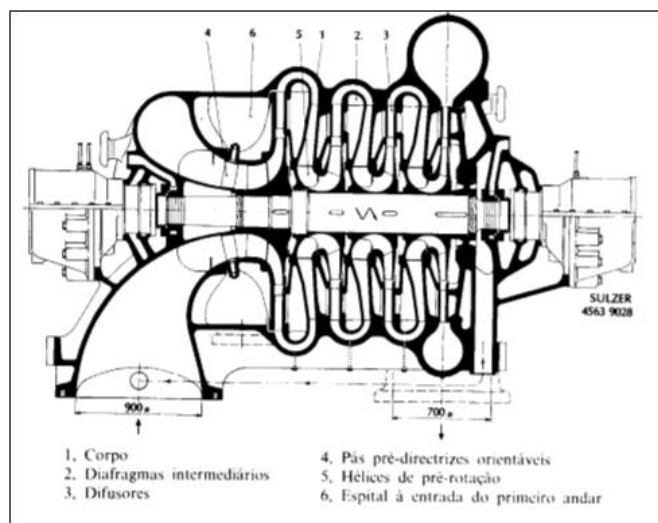


Figura 3-Vista em corte de um compressor dinâmico radial. Fonte: MARTINELLI JR.

No que diz respeito aos compressores de deslocamento positivo, podem ser divididos em dois grandes subgrupos, alternativos ou rotativos. No grupo dos rotativos se encontram os de palheta deslizante, parafuso e scroll. Já os compressores alternativos correspondem à sistemas de pistão-biela-manivela capazes de elevar a pressão do gás.

Compressores de palheta deslizante alteram o volume ocupado pelo escoamento ao longo da sua rotação interna ao compressor. Na sucção, a palheta está exposta no seu comprimento máximo, com a rotação a palheta vai se retraindo, reduzindo o volume ocupado pelo fluido até que esse passe pelo orifício de descarga onde possuirá a pressão máxima. São utilizados principalmente em geladeiras domésticas e congeladores, de acordo com MARTINELLI JR.

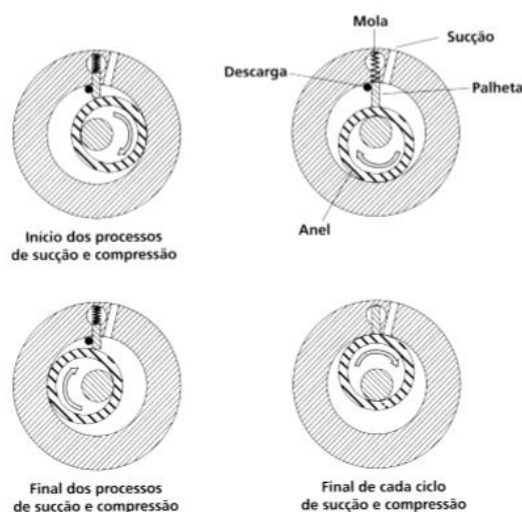


Figura 4- Funcionamento de um compressor de palhetas deslizantes. Fonte: MARTINELLI JR.

Caracterizado pela existência de dois rotores, macho e fêmea, o primeiro acionado por um motor e o segundo engrenado ao primeiro, os compressores de parafuso elevam a pressão do gás ao passar pelos fusos. São mais utilizados para aplicações industriais (MIX MANUTENÇÃO).

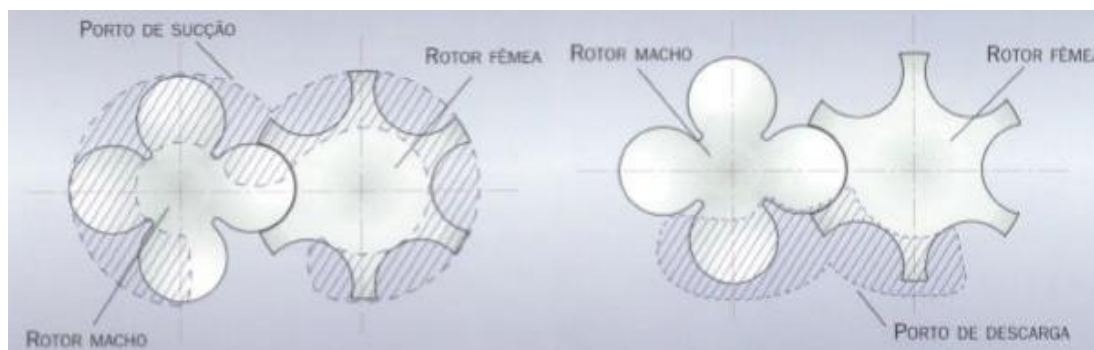


Figura 5- Funcionamento de um compressor de parafuso. Fonte: MARTINELLI JR.

Segundo MACGNAN (2015), o compressor do tipo scroll é o mais recente e possui como principais características ser compacto e leve, possuir alta confiabilidade e apresentar baixos níveis de ruído e vibração. São utilizados em sistemas de refrigeração de médio porte, MARTINELLI JR. Tal modelo de compressor também é muito usado em equipamentos de ar condicionado. A compressão é realizada a partir do movimento entre uma espiral móvel e outra fixa, realizada de forma quase contínua.

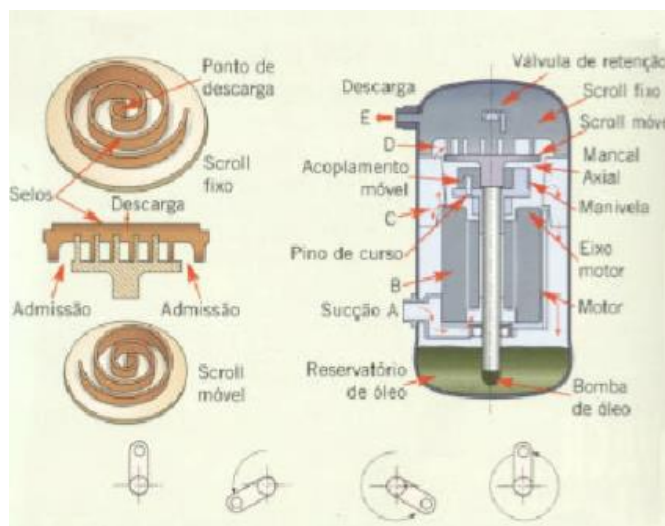


Figura 6- Compressor do tipo scroll Fonte: MACGNAN (2015)

Os compressores alternativos são caracterizados pela presença de um ou mais pistões conectados a um sistema biela manivela onde a compressão é realizada pelo movimento alternativo dos pistões. Apresentam também um conjunto de válvulas responsável tanto pela admissão quanto pela descarga dos gases. Podem ser

classificados de acordo com o tipo de carcaça e sua conexão com o motor de acionamento.

De acordo com MACGNAN (2015), os alternativos abertos não possuem interligação entre a carcaça do sistema mecânico e a do motor e são mais utilizados na refrigeração industrial por serem capazes de fornecer grandes potências.



Figura 7- Compressor alternativo aberto Fonte: MACGNAN (2015)

Os alternativos semi-herméticos permitem a execução de reparos internos, apesar de apresentarem interligação entre as carcaças do sistema mecânico e do motor, MACGNAN (2015). Possuem capacidades de refrigeração intermediárias entre os abertos e os herméticos.

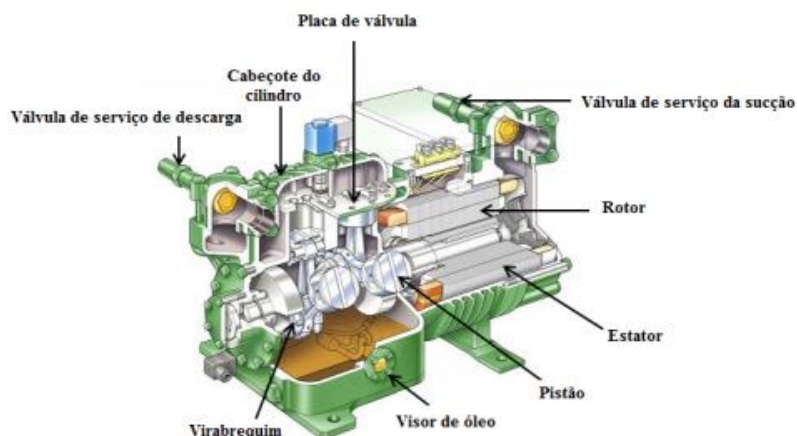


Figura 8- Compressor alternativo semi-hermético Fonte: SOTOMAYOR (2013)

Finalmente, os compressores alternativos herméticos são caracterizados pela existência de uma única carcaça abrangendo o sistema mecânico e o de acionamento de modo a vedar completamente o sistema, evitando problemas com óleo, porém inviabilizando a execução de reparos internos, ver Figura 2. Por serem o principal tipo de compressor utilizado em refrigeradores e *freezers*, serão o objeto desse estudo.

## 2.2 Atrito

O atrito entre corpos sólidos está relacionado à dissipação de energia na forma de calor entre corpos em contato. Pode ser classificado como estático, caso não ocorra movimento relativo entre os corpos, ou dinâmico caso tal movimento ocorra. No caso do atrito estático, porém, como não há velocidade relativa, não há dissipação de potência. Ainda pode ser de rolamento ou de deslizamento, no primeiro caso o valor do coeficiente de atrito é comumente menor. Nesse trabalho será dado enfoque ao atrito dinâmico de deslizamento por ser o principal atuante no sistema do pistão.

Segundo PROFITO (2010), o atrito entre sólidos segue as “Leis de Amontons” que podem ser resumidas, de acordo com ASM HANDBOOK (1992) da seguinte forma:

- O atrito independe da velocidade relativa entre os corpos e da área de contato entre eles, mas é diretamente proporcional ao carregamento normal.
- O atrito estático é usualmente maior do que o dinâmico

O coeficiente de atrito é dado pela relação entre o carregamento normal externo e a força de atrito pela expressão:

$$\mu = \frac{F_{at}}{F_n} \quad (1)$$

É possível agrupar os mecanismos de atrito em três grupos principais (ASM HANDBOOK 1992) a saber, adesão, deformação e presença de um terceiro corpo. No primeiro caso, o atrito é gerado devido a atração entre átomos, porém tal força é de pequena magnitude e não é relevante em inúmeros casos de engenharia, apenas significativa em caso de operações com vácuo, conforme PROFITO (2010). As superfícies em contato sofrem deformações plásticas contribuindo para a dissipação de energia. O aumento do atrito por deformação plástica é conhecido como “*plowing effect*”, PROFITO (2010). Finalmente, a presença de um terceiro corpo pode intensificar as deformações entre os corpos em contato elevando o atrito.

## 2.3 Biela e manivela

A biela é responsável pela transmissão da potência do pistão para a árvore de manivelas, que transforma o movimento rotativo do motor em alternativo do cilindro. A biela é conectada tanto ao pistão quanto à árvore de manivelas por meio de pinos e mancais hidrodinâmicos.

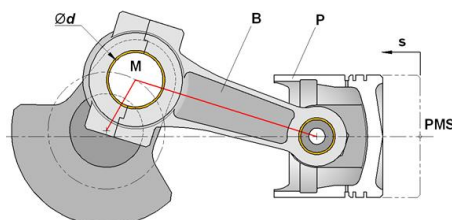


Figura 9-Sistema pistão-biela-manivela  
Fonte: NETO (2012)

## 2.4 Compressor escolhido

Para a modelagem e simulação do sistema pistão biela-manivela, serão adotados os parâmetros presentes em SABATO (2010). Tais parâmetros estão agrupados na tabela abaixo:

Tabela 1- Parâmetros do compressor

| Nome                    | Parâmetro | Unidade        | Valor                 |
|-------------------------|-----------|----------------|-----------------------|
| Comprimento da biela    | $L$       | m              | 0,1                   |
| Comprimento da manivela | $r$       | m              | 0,025                 |
| Raio do pistão          | $r_p$     | m              | 0,02                  |
| Inércia da manivela     | $J$       | $\text{kgm}^2$ | 0,005                 |
| Rotação máxima do motor | $\omega$  | rad/s          | 188,5                 |
| Massa do pistão         | $m_p$     | kg             | 1                     |
| Torque inicial          | $T_0$     | Nm             | 2                     |
| Volume mínimo           | $V_0$     | $\text{m}^3$   | $6,28 \cdot 10^{-5}$  |
| Pressão máxima          | $p_{max}$ | $\text{N/m}^2$ | 180000                |
| Pressão mínima          | $p_{min}$ | $\text{N/m}^2$ | 101325                |
| Pressão atmosférica     | $p_{atm}$ | $\text{N/m}^2$ | 101325                |
| Volume máximo           | $V_1$     | $\text{m}^3$   | $1,256 \cdot 10^{-4}$ |
| Coeficiente adiabático  | $k$       |                | 1,4                   |

### 3. MODELAGEM DO SISTEMA BIELA-MANIVELA

Em uma primeira abordagem, a modelagem do sistema será feita considerando que todos os mancais são de rolamento, ou seja, não há deslocamento do centro dos pinos de união entre os elementos durante o movimento. Não será considerada a dinâmica das válvulas de admissão e escape no sistema. A modelagem será feita para um pistão de um compressor alternativo hermético monocilíndrico. Será desenvolvida mediante equações de Lagrange de forma similar à SABATO (2010). Para o início da modelagem, é necessário vincular os corpos rígidos por meio de um modelo cinemático.

#### 3.1 Modelagem cinemática

Na Figura 10, está representado o diagrama cinemático do sistema. Nele estão representados o pistão, a biela, a manivela e a guia para o cilindro.

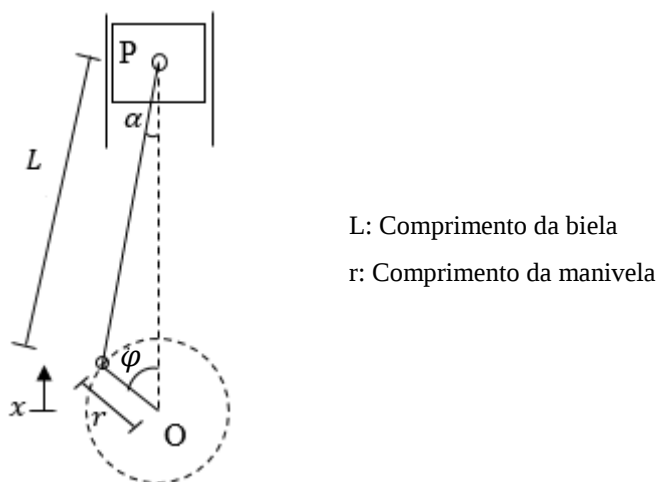


Figura 10- Diagrama cinemático do sistema pistão-biela-manivela

Da figura é possível perceber que:

$$r \sin \varphi = L \sin \alpha \quad (2)$$

Além disso, é possível definir uma variável de posição linear para o cilindro através da seguinte expressão:

$$x = L \cos \alpha + r \cos \varphi \quad (3)$$

Desenvolvendo-se a eq.(2):

$$\text{sen}\alpha = \frac{r}{L} \text{sen}\varphi \rightarrow 1 - \text{sen}^2\alpha = 1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \text{sen}^2\varphi \rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \text{sen}^2\varphi \quad (4)$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \text{sen}^2\varphi} \quad (5)$$

Pode-se afirmar que  $\cos\alpha > 0$  pois  $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$ . Inserindo a eq.(3) na eq.(5) tem-se que:

$$x = L \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \text{sen}^2\varphi} + r \cos\varphi \quad (6)$$

O movimento do pistão pode ser descrito em termos de apenas uma variável, desse modo trata-se de um sistema de um grau de liberdade.

### 3.2 Equação do movimento

Será realizada uma abordagem por meio das equações de Lagrange para a determinação das equações do sistema. Para apenas um grau de liberdade, a equação está indicada abaixo:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_a}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \left( \frac{\partial L_a}{\partial \varphi} \right) = Q_\varphi \quad (7)$$

Onde:

$$L_a = T_L - V_L \quad (8)$$

$$Q_\varphi = \sum \vec{F}_{nc} \quad (9)$$

Nessas equações,  $T_L$  e  $V_L$  representam as energias cinética e potencial do sistema e  $Q_\varphi$  corresponde à somatória das forças generalizadas não conservativas na variável  $\varphi$ . Foi utilizado o índice “a” no Lagrangeano para diferenciá-lo do comprimento da biela. A energia cinética do sistema é dada pela velocidade linear do pistão somada à velocidade angular da manivela. Foi considerada desprezível a massa da biela.

$$T_L = \frac{m_p \dot{x}^2}{2} + \frac{J_m \dot{\varphi}^2}{2} \quad (10)$$

Derivando-se a eq.(6) é possível obter a expressão para  $\dot{x}$ :

$$\dot{x} = -r\dot{\phi}\sin\varphi - \frac{r^2}{L} \left( \frac{\dot{\phi}\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\varphi}} \right) \quad (11)$$

Desse modo:

$$T_L = \frac{m_p}{2} \left[ -r\dot{\phi}\sin\varphi - \frac{r^2}{L} \left( \frac{\dot{\phi}\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\varphi}} \right) \right]^2 + \frac{J_m\dot{\phi}^2}{2} \quad (12)$$

A energia potencial do sistema foi desprezada devido à pequena diferença de cota entre as posições de máximo e mínimo deslocamento do pistão.

$$V_L = 0 \quad (13)$$

Logo:

$$L_a = \frac{m_p}{2} \left[ -r\dot{\phi}\sin\varphi - \frac{r^2}{L} \left( \frac{\dot{\phi}\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\varphi}} \right) \right]^2 + \frac{J_m\dot{\phi}^2}{2} \quad (14)$$

A figura abaixo ilustra as forças externas atuantes no sistema.

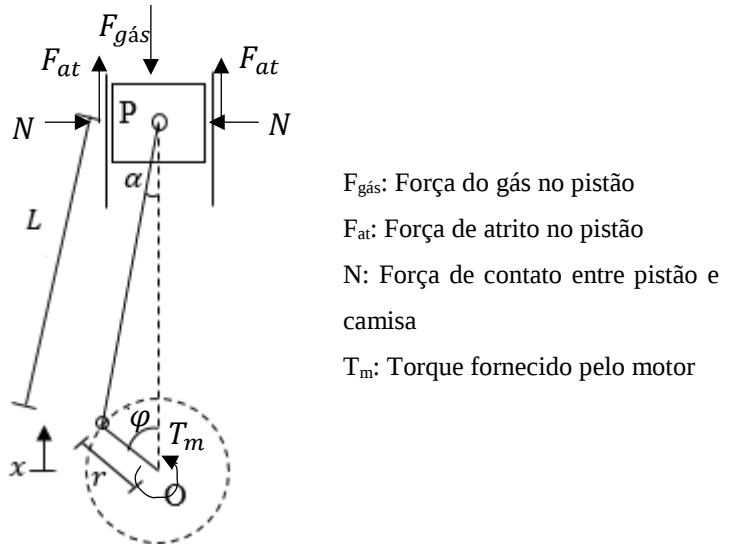


Figura 11- Diagrama de Forças externas ao sistema

Inicialmente não será modelada a força resistiva dos gases na cabeça do pistão. O torque do motor elétrico varia com sua rotação por meio de uma função dada pelo seu fabricante. Para simplificar, será considerado inicialmente torque linear para o motor, decrescente com a rotação. Segundo SABATO (2010), pode-se admitir:

$$T_m = T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\phi} \quad (15)$$

Desse modo as forças generalizadas são dadas por:

$$Q_\varphi = T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\varphi} - F_{at} \frac{\partial x}{\partial \varphi} - F_{at} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \quad (16)$$

Em uma primeira análise, será considerado apenas o atrito por meio de sua avaliação usual, sem uma análise tribológica do contato entre o cilindro e o pistão.

$$F_{at} = \mu N \quad (17)$$

É necessário quantificar a força normal para a avaliação da força de atrito. Para isso, será feito o diagrama de corpo livre do cilindro e da manivela.

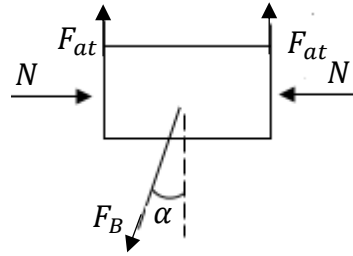


Figura 12a) DCL Pistão

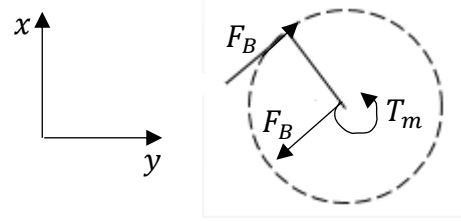


Figura 12b) DCL Manivela

Aplicando-se o teorema do momento da quantidade de movimento (TMQM) na manivela tem-se:

$$\sum M = J_m \ddot{\varphi} \rightarrow T_m - F_B r = J_m \ddot{\varphi} \quad (18)$$

$$F_B = \frac{-J_m \ddot{\varphi} + T_m}{r} \quad (19)$$

Como não há movimentação do cilindro na direção de N, pode-se afirmar que:

$$N = F_B \sin \alpha \quad (20)$$

Substituindo-se as eq.(2) e eq.(20) na eq.(17):

$$F_{at} = \mu \left( \frac{-J_m \ddot{\varphi} + T_m}{r} \right) \frac{r}{L} \sin \varphi = \left( \frac{\mu}{L} \right) (-J_m \ddot{\varphi} + T_m) \sin \varphi \quad (21)$$

Substituindo-se a eq.(15) na eq.(21) tem-se:

$$F_{at} = \left( \frac{\mu}{L} \right) \left( -J_m \ddot{\varphi} + T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\varphi} \right) \sin \varphi \quad (22)$$

É possível notar que o comprimento L da biela influi diretamente na força de atrito atuante no pistão. Em uma primeira análise, é possível dizer que, para um grande comprimento L, a força de atrito é reduzida, já que o ângulo  $\alpha$  também diminui, o que resulta em uma menor componente da força  $F_b$  na direção horizontal.

Para a determinação de  $Q_\varphi$ , ainda é necessário calcular a derivada parcial da posição x em função do ângulo  $\varphi$ .

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = -r \operatorname{sen} \varphi - \frac{r^2}{L} \left( \frac{\operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} \right) \quad (23)$$

Desse modo:

$$Q_\varphi = T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\varphi} - \left(\frac{\mu}{L}\right) \left(-J_m \ddot{\varphi} + T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\varphi}\right) \operatorname{sen} \varphi \left[ -r \operatorname{sen} \varphi - \frac{r^2}{L} \left( \frac{\operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} \right) \right] \quad (24)$$

Voltando à eq.(7) verifica-se que ainda é necessário calcular as derivadas parciais com respeito à  $\varphi$  do Lagrangeano.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_a}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \left( \frac{\partial L_a}{\partial \varphi} \right) = Q_\varphi \quad (7)$$

Para facilitar a visualização das fórmulas blocos repetidos, tais blocos serão identificados por apenas uma letra de modo a permitir a escrita da equação de forma mais sucinta.

$$A = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} \quad (25)$$

$$B = \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \quad (26)$$

$$C = \left(\frac{r}{L}\right)^2 \quad (27)$$

$$\frac{\partial L_a}{\partial \varphi} = m_p \left( -r \dot{\varphi} \operatorname{sen} \varphi - CL \left( \frac{\dot{\varphi} B}{A} \right) \right) \left( -r \dot{\varphi} \cos \varphi + \frac{-CL[\dot{\varphi} \cos(2\varphi)]A - \frac{\dot{\varphi} B^2 C^2 L}{A}}{A^2} \right) \quad (28)$$

$$\left( \frac{\partial L_a}{\partial \dot{\varphi}} \right) = J_m \dot{\varphi} + m_p \left( \dot{\varphi} r^2 \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{C r^2 \dot{\varphi} B^2}{A^2} + \frac{2 r L C \dot{\varphi} \operatorname{sen} \varphi B}{A} \right) \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_a}{\partial \dot{\varphi}} \right) &= J_m \ddot{\varphi} + m_p r L C \left\{ \frac{2}{A^2} \left[ (2B \dot{\varphi}^2 - \dot{\varphi}^2 \operatorname{sen}^3 \varphi + \ddot{\varphi} \operatorname{sen} \varphi B) A + \frac{\dot{\varphi}^2 \operatorname{sen} \varphi B^2 C}{A} \right] \right\} \\ &\quad + m_p r^2 (\ddot{\varphi} \operatorname{sen}^2 \varphi + 2 \dot{\varphi}^2 B) \\ &\quad + \frac{m_p r^2 C}{A^4} [(\ddot{\varphi} B^2 + 2B \dot{\varphi}^2 \cos(2\varphi)) A^2 + 2 \dot{\varphi} B^3 C] \end{aligned} \quad (30)$$

Todos os elementos da equação de Lagrange, eq.(7), já foram calculados permitindo a escrita da equação do movimento na variável  $\varphi$ .

Cabe agora isolar a variável  $\ddot{\varphi}$  em função de todos os parâmetros e das variáveis  $\varphi$  e  $\dot{\varphi}$  de modo que seja possível a simulação desse sistema em um software de

simulação como o Scilab. Desse modo, é necessário identificar os elementos que multiplicam  $\ddot{\phi}$  e separá-los dos demais de forma a obter uma expressão do tipo:

$$\ddot{\phi} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 \dots}{M_1 + M_2 + M_3 \dots} \quad (31)$$

Onde os termos  $N_i$  correspondem aos termos que não multiplicam  $\ddot{\phi}$  e  $M_j$  aos termos que multiplicam  $\ddot{\phi}$ .

Desse modo, os termos  $M_j$  são:

$$M_1 = J_m \quad (32)$$

$$M_2 = \frac{2m_p r L C \sin \varphi B}{A} \quad (33)$$

$$M_3 = m_p r^2 \sin^2 \varphi \quad (34)$$

$$M_4 = \frac{m_p r^2 C B^2}{A^2} \quad (35)$$

$$M_5 = -\left(\frac{\mu}{L}\right) J_m \sin \varphi \left[ -r \sin \varphi - \frac{C L B}{A} \right] \quad (36)$$

Já os termos  $N_i$  são:

$$N_1 = -\left\{ \frac{2m_p r L C}{A^2} \left[ (2B\dot{\phi}^2 - \dot{\phi}^2 \sin^3 \varphi) A + \frac{\dot{\phi}^2 \sin \varphi B^2 C}{A} \right] \right\} \quad (37)$$

$$N_2 = -(m_p r^2 2\dot{\phi}^2 B) \quad (38)$$

$$N_3 = -\left[ \frac{m_p r^2 C}{A^4} (2A^2 B \dot{\phi}^2 \cos(2\varphi) + 2\dot{\phi} B^3 C) \right] \quad (39)$$

$$N_4 = m_p \left( -r \dot{\phi} \sin \varphi - C L \left( \frac{\dot{\phi} B}{A} \right) \right) \left( -r \dot{\phi} \cos \varphi + \frac{-C L [\dot{\phi} \cos(2\varphi)] A - \frac{\dot{\phi} B^2 C^2 L}{A}}{A^2} \right) \quad (40)$$

$$N_5 = T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\phi} \quad (41)$$

$$N_6 = -\left(\frac{\mu}{L}\right) \left( T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\phi} \right) \sin \varphi \left[ -r \sin \varphi - \frac{C L B}{A} \right] \quad (42)$$

Assim é possível escrever  $\ddot{\phi}$  em função de todos esses termos.

$$\ddot{\phi} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6}{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5} \quad (43)$$

### 3.3 Simulação do sistema

Utilizando-se os parâmetros presentes na Tabela 1 e a eq.(43), é possível realizar a simulação do sistema considerando apenas o torque linear fornecido pelo motor e a força de atrito como esforços externos. O coeficiente de atrito  $\mu$  será considerado 0,1. Os resultados da simulação encontram-se nos gráficos abaixo:

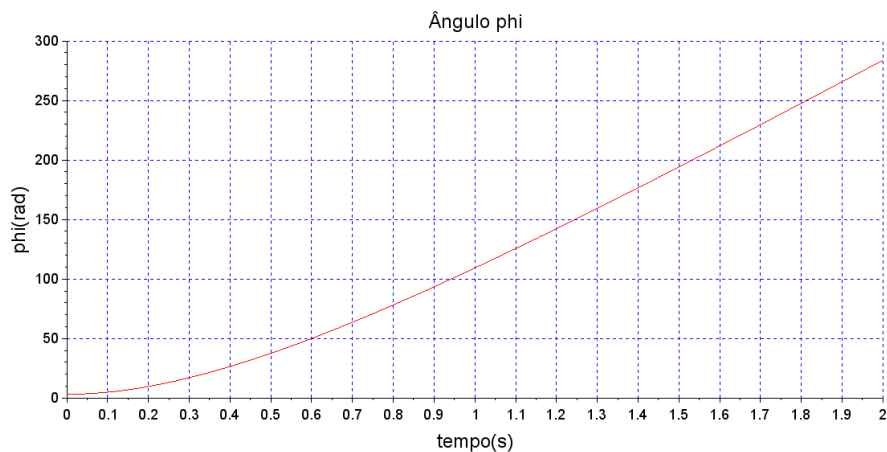


Figura 13- Variação do ângulo  $\phi$  ao longo do tempo

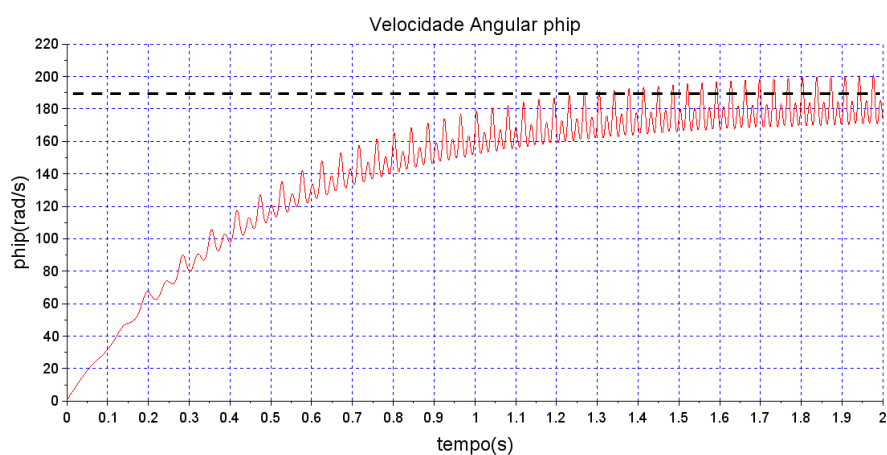


Figura 14- Variação da velocidade angular  $\dot{\phi}$  com o tempo

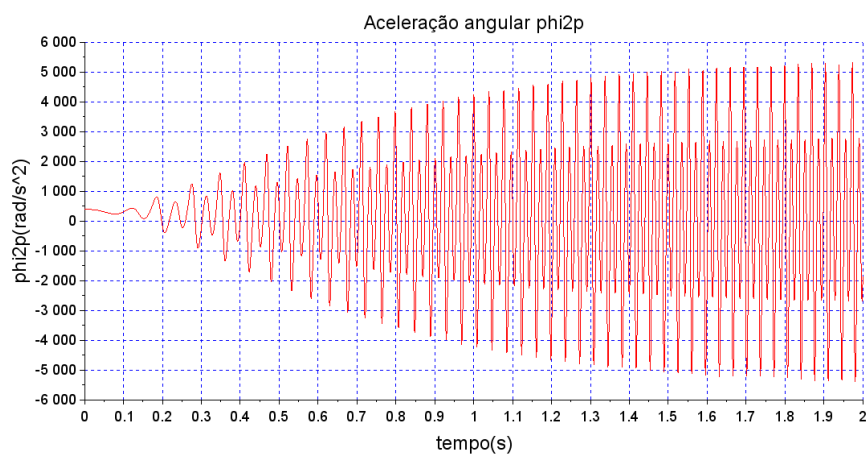


Figura 15- Variação da aceleração angular  $\ddot{\varphi}$  com o tempo

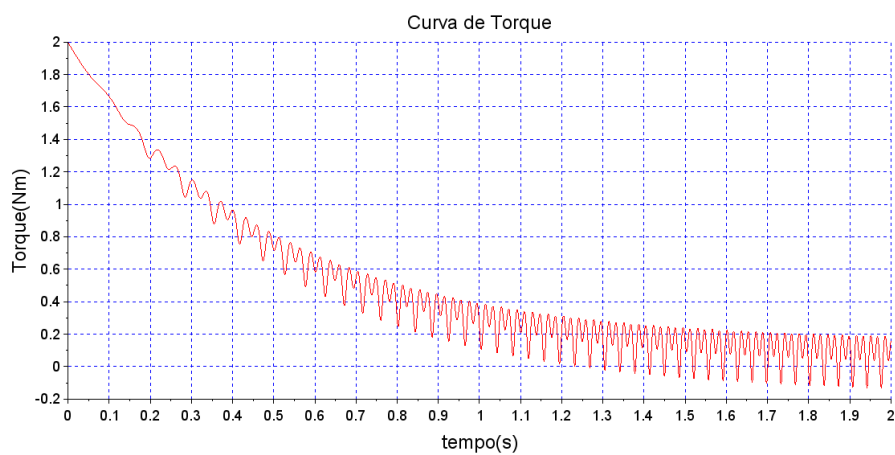


Figura 16- Variação do torque fornecido pelo motor

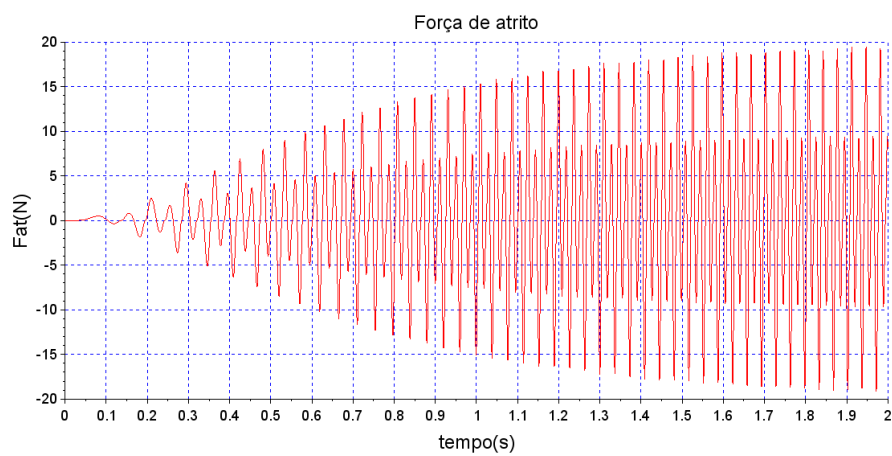


Figura 17- Força de atrito ( $\mu=0,1$ )

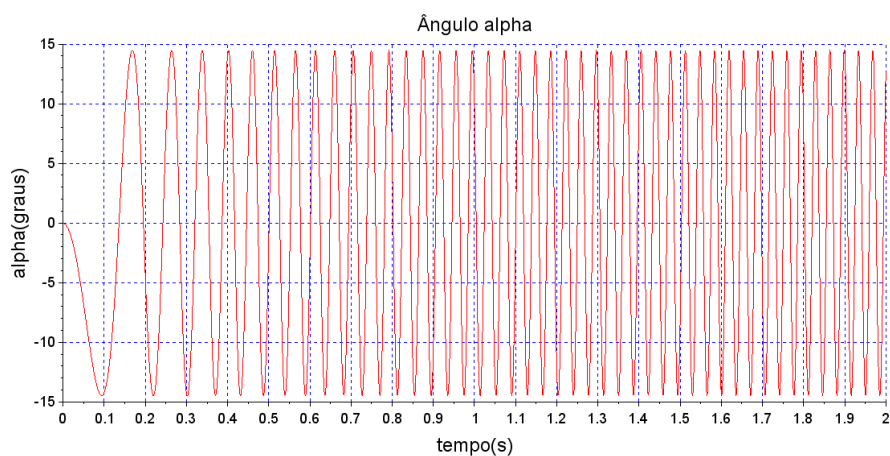


Figura 18- Variação do ângulo  $\alpha$  com o tempo

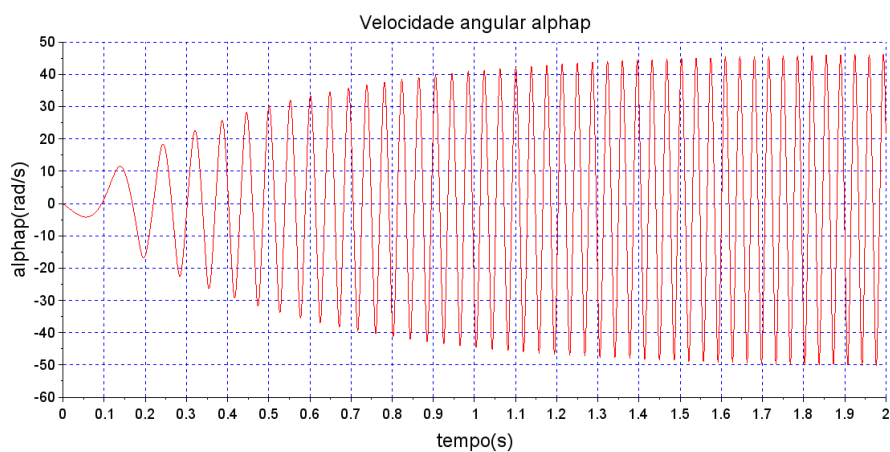


Figura 19- Variação da velocidade angular  $\dot{\alpha}$  com o tempo

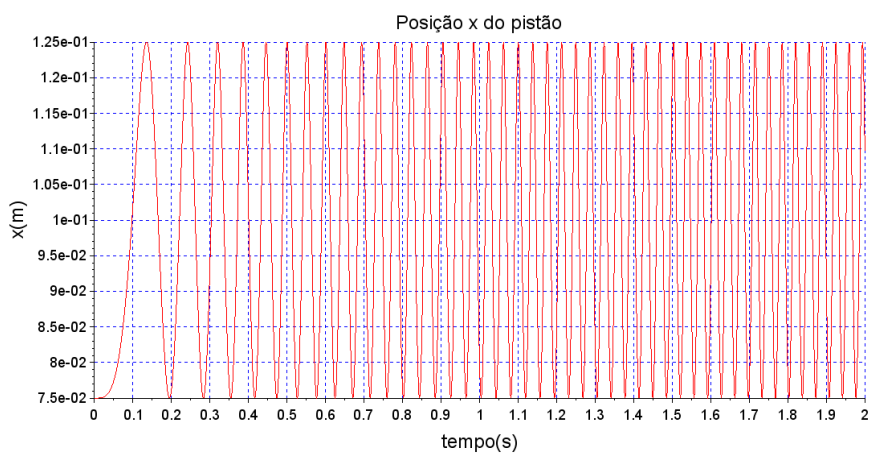


Figura 20- Variação da posição  $x$  do pistão com o tempo

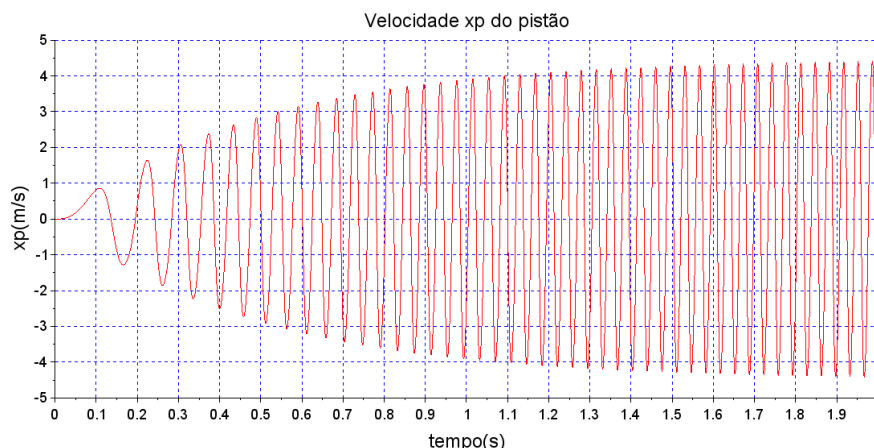


Figura 21- Variação da velocidade do pistão com o tempo

Da Figura 14 é possível ver que, após a partida de rotação  $\dot{\varphi} = 0$ , a velocidade angular cresce de forma oscilatória e estabiliza para um valor menor do que o valor de rotação máxima do motor onde o torque é nulo. Tal fato ocorre devido à dissipação de energia por meio do atrito, e às flutuações no torque do motor, Figura 16, ocorridas devido a inércia do pistão que ora está no sentido do torque, ora está no sentido contrário. Desse modo, é possível ver que o torque estabiliza para um valor acima de zero, já que constantemente tem de vencer essa resistência. Porém, também assume valores negativos quando a inércia do pistão auxilia o motor e o impulsiona.

O gráfico do ângulo  $\varphi$ , Figura 13, mostra que há uma dificuldade em vencer a inércia do sistema, apresentando uma subida menos inclinada até cerca de 0,8s onde passa a apresentar um comportamento quase linear. A força de atrito é simétrica e atinge valores da ordem de 20N para um coeficiente de atrito  $\mu = 0,1$ .

Ainda, os gráficos de  $\alpha$ ,  $\dot{\alpha}$  e posição  $x$  comprovam a coerência da geometria proposta para o problema, apresentando comportamento senoidais, com  $-15^\circ < \alpha < 15^\circ$  e  $0,075m < x < 0,125m$ . Da diferença entre os máximos e mínimos de  $x$ , é possível ver que o curso é igual a 0,05m, conforme o especificado.

O próximo passo na modelagem consiste em adicionar a pressão do gás.

### 3.4 Adição da pressão do gás

É necessário adicionar ao modelo a força de pressão do gás, principal resistência que o motor deve ser capaz de superar. Continuando a modelagem por meio

das equações de Lagrange, as parcelas cinéticas e potenciais se mantêm as mesmas, sendo apenas necessário adicionar a parcela da pressão às forças generalizadas.

$$Q_\varphi = T_0 - \frac{T_0}{\omega} \dot{\varphi} - F_{gás} \frac{\partial x}{\partial \varphi} - F_{at} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \quad (44)$$

A pressão do gás varia, porém, ao longo do ciclo do pistão sendo necessário descrevê-la em cada etapa do ciclo. O ciclo termodinâmico pode ser observado na Figura 22.

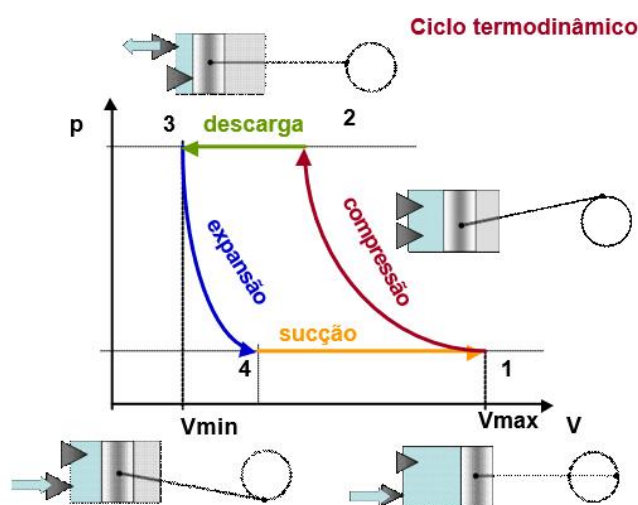


Figura 22-Ciclo termodinâmico de um compressor alternativo Fonte: UNICAMP

O pistão inicia seu movimento no ponto morto inferior (PMI), na posição 1, e inicia a compressão do gás. Será admitida compressão adiabática devido à rápida movimentação do pistão dificultar a troca de calor com o meio externo. Terminada a compressão no ponto 2, a válvula de descarga é aberta de forma instantânea. A dinâmica da válvula não será considerada nessa primeira análise. Na descarga, a pressão se mantém constante até que o pistão atinja o ponto morto superior (PMS) ocorrendo o fechamento da válvula. O gás que não conseguiu ser expulso pelo pistão é então expandido de forma adiabática até o ponto 4, no qual a válvula de admissão é aberta. Posteriormente ocorre a sucção do gás à pressão constante até a chegada do pistão ao PMI, a válvula de admissão se fecha e o ciclo recomeça.

Na compressão adiabática, é possível dizer que:

$$p_1 V_1^k = p_2 V_2^k \quad (45)$$

Onde  $k$  é o coeficiente adiabático do gás sendo:

$$k = \frac{C_p}{C_v} \quad (46)$$

O volume  $V_1$  corresponde ao volume máximo de gás:

$$V_1 = V_0 + 2r\pi r_p^2 \quad (47)$$

A partir de uma relação de pressão conhecida, é possível calcular o volume  $V_2$ :

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^k = \frac{p_1}{p_2} \quad (48)$$

$$V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}} V_1 \quad (49)$$

De forma análoga, na expansão adiabática:

$$p_3 V_3^k = p_4 V_4^k \quad (50)$$

O volume  $V_4$  corresponde ao volume mínimo de gás  $V_0$ . É possível calcular o volume  $V_3$  por meio da expressão:

$$\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^k = \frac{p_4}{p_3} \quad (51)$$

$$V_3 = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{1}{k}} V_4 \quad (52)$$

Vale lembrar que:

$$p_2 = p_3 = p_{max} \quad (53)$$

$$p_1 = p_4 = p_{min} \quad (54)$$

Tais volumes são importantes para definir os diferentes regimes de aplicação da força do gás. Tais regimes estão indicados na tabela abaixo.

Tabela 2- Regimes de aplicação da pressão do gás

| Regime       | Volume    | Movimento do pistão |
|--------------|-----------|---------------------|
| I-Compressão | $V > V_2$ | Subida              |
| II-Descarga  | $V < V_2$ | Subida              |
| III-Expansão | $V < V_3$ | Descida             |
| IV-Sucção    | $V > V_3$ | Descida             |

O cálculo da força do gás é simples para a descarga e a sucção, pois nesse caso a pressão é constante e pode ser calculada pela diferença entre a pressão aplicada e a pressão atmosférica multiplicada pela área do pistão.

$$F_{gás4} = (p_{min} - p_{atm})\pi r_p^2 \quad (55)$$

$$F_{gás2} = (p_{max} - p_{atm})\pi r_p^2 \quad (56)$$

Considerando que o compressor trabalha com um gás perfeito, sabe-se que:

$$pV = \frac{mRT}{M} \quad (57)$$

Desse modo, na compressão:

$$p_2 = \frac{m_2 RT_2}{MV} \quad (58)$$

$$p_1 = \frac{m_1 RT_1}{MV_1} \quad (59)$$

Considerando que não há alteração na massa:

$$m_1 = \frac{p_1 MV_1}{RT_1} = m_2 \quad (60)$$

Substituindo na expressão anterior:

$$p_2 = \frac{p_1 MV_1 RT_2}{RT_1 MV} = \frac{p_1 (V_0 + 2r\pi r_p^2) T_2}{VT_1} \quad (61)$$

O volume pode ser expresso em função do deslocamento linear do pistão, que pode, por sua vez, ser expresso em função do ângulo de rotação do motor.

$$V = V_0 + (L + r - x)\pi r_p^2 \quad (62)$$

$$x = L \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \varphi} + r \cos \varphi \quad (6)$$

Já a relação entre temperaturas em um processo adiabático pode ser dada pela expressão abaixo.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^{k-1} \quad (63)$$

Desse modo:

$$p_2 = \frac{p_{min} (V_0 + 2r\pi r_p^2)^k}{(V_0 + (L + r - x)\pi r_p^2)^k} \quad (64)$$

$$F_{gás1} = \left[ \frac{p_{min} (V_0 + 2r\pi r_p^2)^k}{(V_0 + (L + r - x)\pi r_p^2)^k} - p_{atm} \right] \pi r_p^2 \quad (65)$$

Analogamente:

$$p_4 = \frac{p_{max} V_0^k}{(V_0 + (L + r - x)\pi r_p^2)^k} \quad (66)$$

$$F_{gás3} = \left[ \frac{p_{max} V_0^k}{(V_0 + (L + r - x)\pi r_p^2)^k} - p_{atm} \right] \pi r_p^2 \quad (67)$$

Com todas as forças calculadas, é possível voltar à equação das forças generalizadas e à equação de Lagrange. Como não ocorrem alterações nos termos cinéticos e potenciais do Lagrangeano, assim como não são alteradas as demais forças generalizadas, o único termo adicionado é o termo  $-F_{gás} \frac{\partial x}{\partial \varphi}$ .

Desse modo:

$$N_7 = -F_{gás} \left[ -r \sin \varphi - \frac{r^2}{L} \left( \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \varphi}} \right) \right] \quad (68)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_7}{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5} \quad (69)$$

Com a modelagem feita, é possível realizar agora a simulação do sistema. Em um primeiro momento, será considerado que o fluido refrigerante se comporta como um gás perfeito e possui um coeficiente adiabático que pode ser aproximado pelo do ar,  $k=1,4$ .

Utilizando os dados da Tabela 1, foi realizada a simulação e os resultados obtidos estão representados nos gráficos abaixo. Alguns gráficos comparam o resultado do modelo sem pressão do gás, simulado na seção 3.3, com o modelo que inclui a pressão.

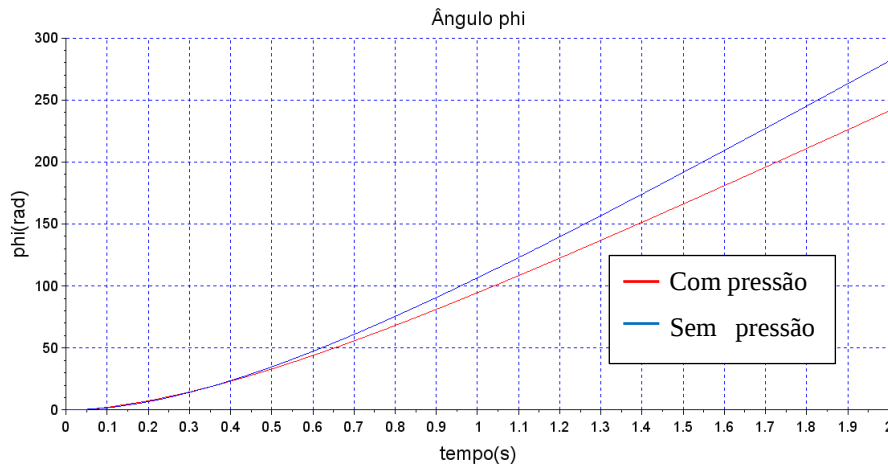


Figura 23- Comparação ângulo  $\varphi$

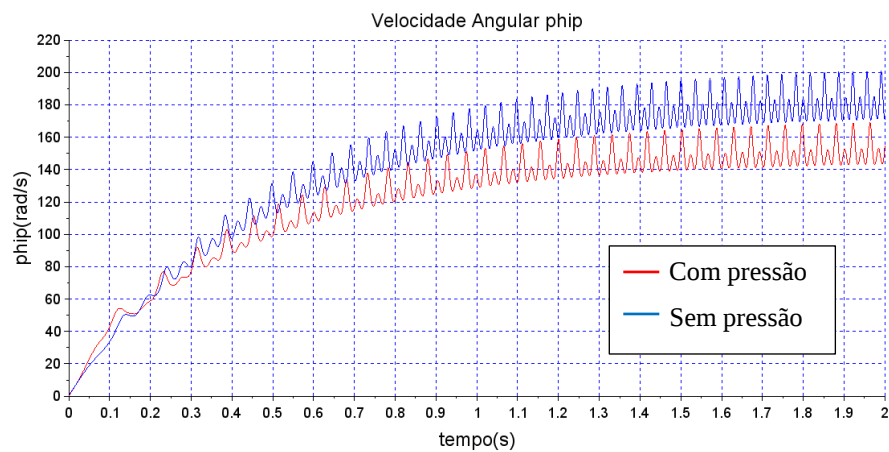


Figura 24- Comparação velocidade angular  $\dot{\phi}$

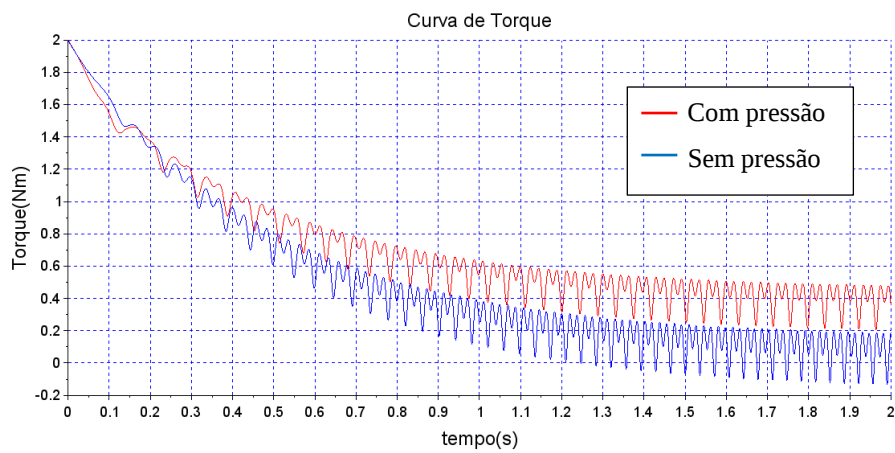


Figura 25- Comparação torque

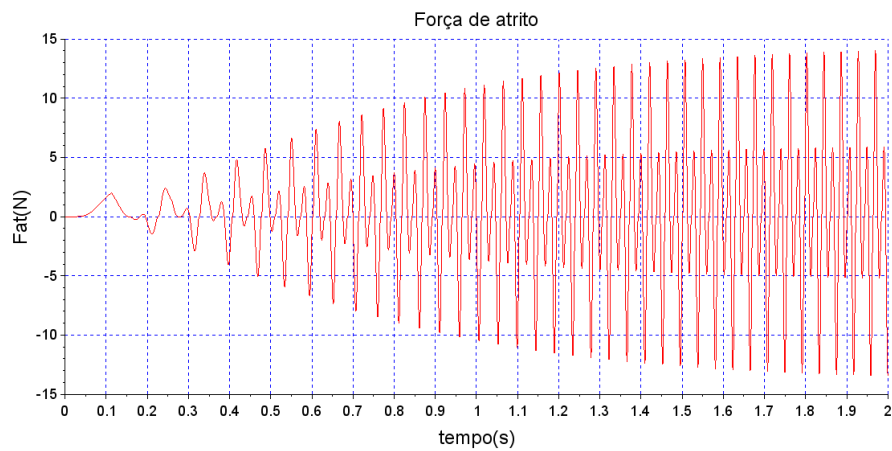


Figura 26- Variação da força de atrito com o tempo

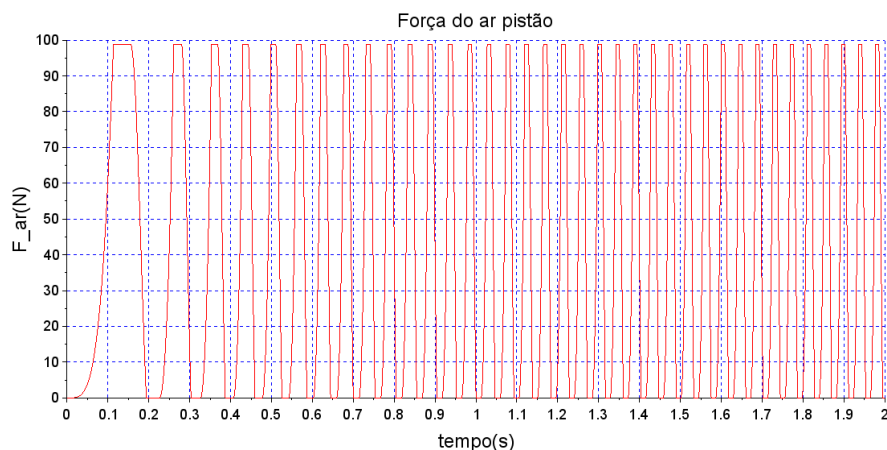


Figura 27- Variação da força do ar no pistão com o tempo

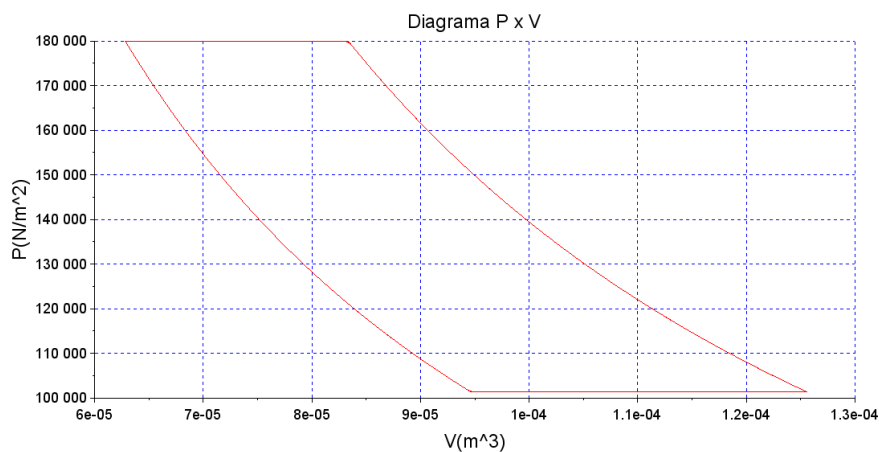


Figura 28- Diagrama P x V

A presença de um esforço adicional, o de compressão, faz com que a aceleração do motor elétrico seja mais lenta, o que está evidenciado na Figura 23. Além disso, a velocidade de regime alcançada também é inferior ao caso que não considerava o esforço do gás, sendo muito menor àquela correspondente à rotação máxima do motor ( $\dot{\varphi} = 188,5 rad/s$ ). Na curva de torque, fica claro como tal esforço exige mais do motor, em nenhum momento o torque passa a ser negativo, como acontecia no caso anterior, e estabiliza em um valor acima do modelo que despreza o gás.

Na Figura 26, o atrito alcança valores máximos da ordem de 14N, menores do que os 20N do caso anterior já que a velocidade de regime foi reduzida. Comparando-se tal força com a produzida pelo ar, Figura 27, da ordem de 100N verifica-se que 14% da potência utilizada para comprimir o ar é dissipada pelo atrito ( $\mu = 0,1$ ). Tal fato

justifica a importância da lubrificação da região para garantir baixos valores de coeficiente de atrito.

Ainda, foi feito um gráfico ilustrando a variação da pressão no cilindro em função do volume do mesmo. Tal gráfico encontra-se na Figura 28 e representa o ciclo com compressão e expansão adiabáticas, e regimes de admissão e descarga à pressão constante já que não foram consideradas as dinâmicas das válvulas.

### 3.5 Considerações termodinâmicas

Inicialmente o fluido refrigerante foi considerado como um gás perfeito, porém deve-se verificar o fator de compressibilidade  $z$ . Tal fator é definido pela equação:

$$z = \frac{pv}{RT} \quad (70)$$

Caso seja próximo de um, o gás pode ser considerado como ideal. Caso contrário deve-se adicionar na modelagem o efeito do fator de compressibilidade. É possível a obtenção de  $z$  por meio do uso de um diagrama generalizado, função das temperaturas e pressões reduzidas,  $T_r$  e  $p_r$  respectivamente. A Figura 29 consiste em um diagrama generalizado para substâncias compostas de moléculas simples.

É possível perceber que para baixos valores de  $p_r$  o comportamento do gás é muito próximo ao de um gás ideal. Ainda, altos valores de  $T_r$  também contribuem para que seja feita tal aproximação. Desse modo, é necessário calcular tais parâmetros nas condições de operação do compressor.

$$T_r = \frac{T}{T_c} \quad (71)$$

$$p_r = \frac{p}{p_c} \quad (72)$$

Os parâmetros  $T_c$  e  $p_c$  correspondem à temperatura crítica e à pressão crítica do gás respectivamente.

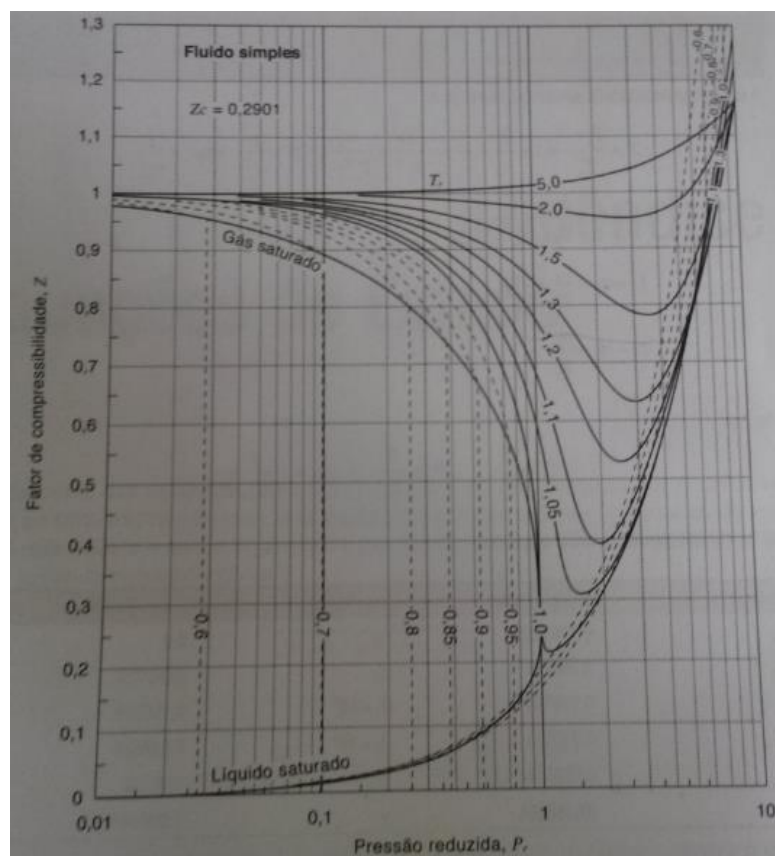


Figura 29- Diagrama Generalizado Fonte: BORGNAKKE, SONNTAG (2013)

A tabela abaixo reúne pressões e temperaturas críticas para diversos tipos de fluidos refrigerantes.

Tabela 3- Propriedades de fluidos refrigerantes Fonte: Adaptado de BORGNAKKE, SONNTAG (2013)

| Nome   | $T_c$ (K) | $p_c$ (MPa) | k     |
|--------|-----------|-------------|-------|
| R-22   | 369,3     | 4,97        | 1,171 |
| R-32   | 351,3     | 5,78        | 1,242 |
| R-125  | 339,2     | 3,62        | 1,097 |
| R-134a | 374,2     | 4,06        | 1,106 |

Vale ressaltar que o coeficiente adiabático, k, corresponde à temperatura de 25°C e pressão de 100kPa.

Sabe-se que, para o compressor simulado, as pressões variam de 101,325kPa a 180,000kPa. Desse modo, a maior pressão reduzida pode ser obtida utilizando a pressão máxima e o fluido de menor pressão crítica. Nesse caso:

$$p_r = \frac{0,18}{3,62} = 0,0497 \quad (73)$$

A menor pressão reduzida é obtida utilizando a pressão mínima e o fluido de maior pressão crítica. Nesse caso:

$$p_r = \frac{0,1}{5,78} = 0,0173 \quad (74)$$

É necessário agora calcular a temperatura reduzida, para isso deve-se calcular as temperaturas no ciclo de compressão do gás. Da compressão adiabática:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{k-1} \quad (75)$$

Admitindo que a temperatura de entrada do ar seja de 25°C, a maior temperatura ocorrerá para o fluido de maior k.

$$T_2 = 298,15 \left( \frac{1,256 * 10 - 4}{6,28 * 10 - 5} \right)^{1,242-1} = 352,6K \quad (76)$$

Desse modo:

$$T_r = \frac{352,6}{351,3} = 1,004 \quad (77)$$

A menor temperatura reduzida ocorrerá na condição de entrada do fluido de menor temperatura crítica:

$$T_r = \frac{298,15}{339,2} = 0,88 \quad (78)$$

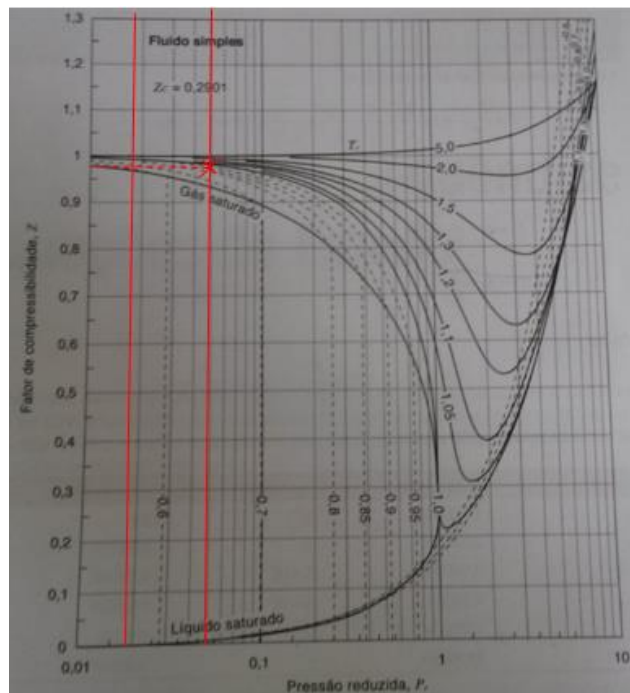


Figura 30- Menor fator de compressibilidade Fonte: Adaptado de BORGNAKKE, SONNTAG (2013)

Da Figura 30 é possível perceber que o menor valor de  $z$  para o compressor em questão é aproximadamente 0,975. Portanto a adoção da hipótese de gás ideal implica em apenas 2,5% de desvio do comportamento real do gás. Desse modo, para evitar o uso de equações viriais para a determinação do fator de compressibilidade no modelo, a hipótese de gás ideal será mantida.

A simulação anterior foi feita, porém, considerando  $k=1,4$ , pois admitiu-se o comportamento do fluido como sendo próximo ao do ar, o que não se verificou ao determinar as propriedades dos fluidos refrigerantes. Desse modo, será feita uma nova simulação considerando o fluido refrigerante R-22.

Abaixo estão os gráficos que apresentaram maiores diferenças em relação ao modelo anterior, os demais não sofreram alterações significativas.

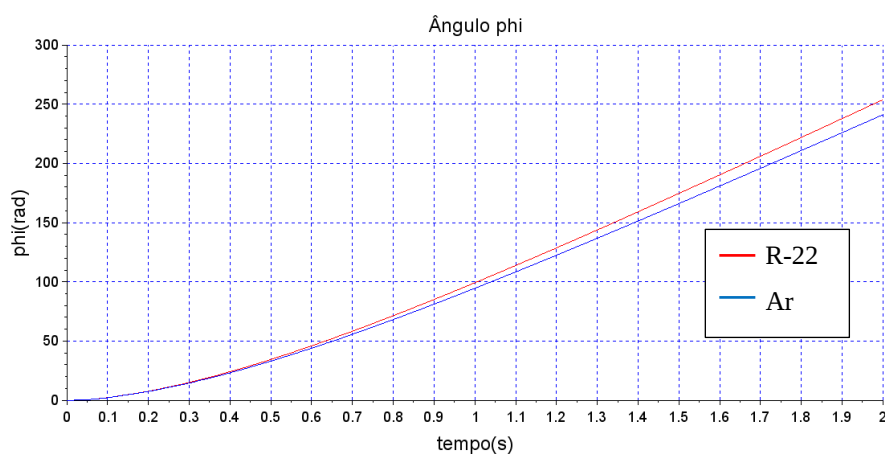


Figura 31- Comparação entre R-22 e ar ( $\phi$ )

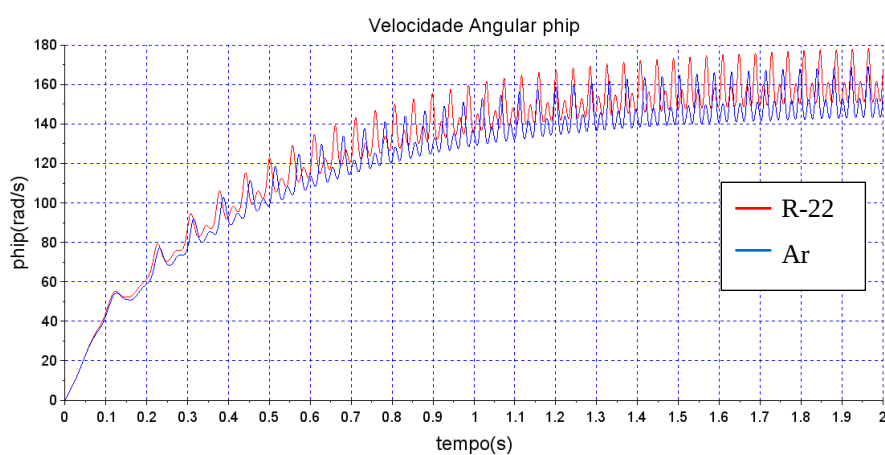


Figura 32- Comparação entre R-22 e ar ( $\dot{\phi}$ )

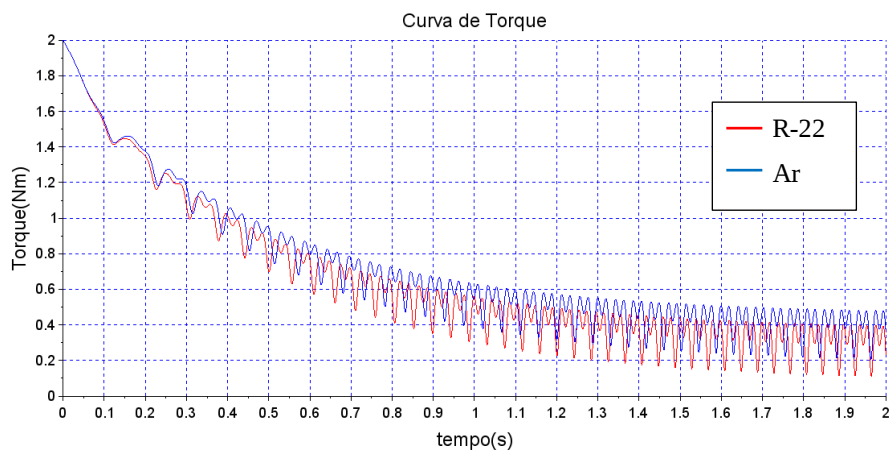


Figura 33- Comparação entre R-22 e ar (torque)

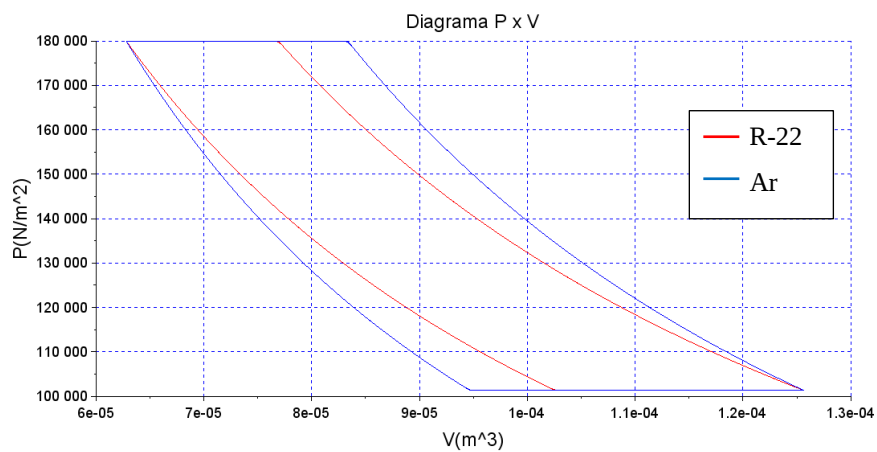


Figura 34- Comparação entre R-22 e ar (diagrama p x v)

O menor coeficiente adiabático do R-22 exige um menor torque do motor, permitindo que a velocidade angular  $\dot{\phi}$  atingida em regime permanente seja maior.

#### 4. DETALHAMENTO DOS CONSTITUINTES DO COMPRESSOR

Uma vez modelado o sistema pistão-biela-manivela, é necessário entender como os esforços são transmitidos para a carcaça do compressor, de modo a verificar a vibração do mesmo. Faz-se necessária uma análise mais aprofundada sobre a estrutura interna de um compressor hermético alternativo. A Figura 35 ilustra a parte interna do compressor.

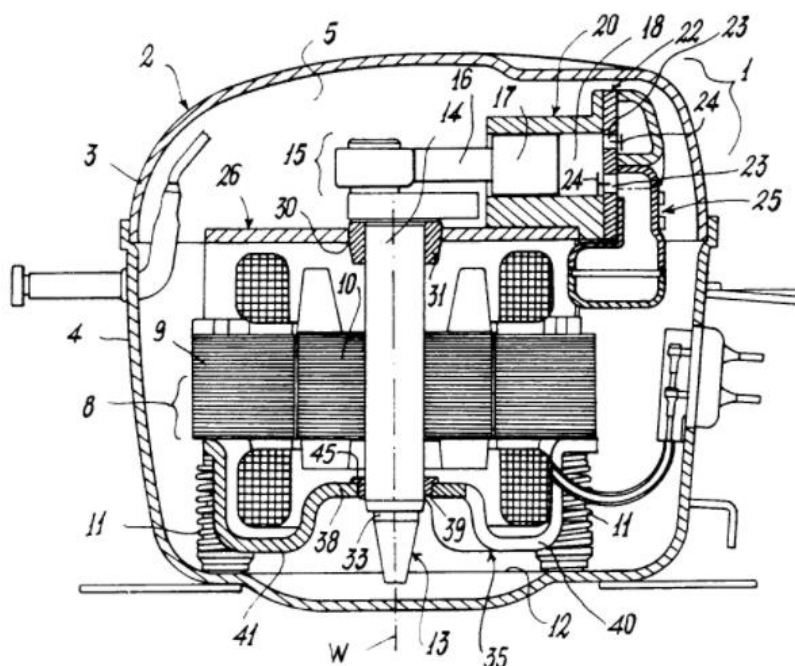


Figura 35- Componentes internos de um compressor hermético Fonte: FRANCESCO, A; VITTORIO, B. (1993)

Na parte superior, encontra-se o pistão e todo o sistema de válvulas e câmaras de admissão e descarga do gás. Mais precisamente, de acordo com FRANCESCO, A; VITTORIO, B (1993), o pistão, número 17, se desloca por meio da cavidade (18), pressionando as válvulas (24) e é acionado pelo mecanismo biela-manivela representado pelo número 15.

Na região central, reside o motor elétrico, composto por um estator e um rotor, alimentado por uma fonte externa ao compressor. Na figura, o estator corresponde ao número 9, o rotor ao 10. A conexão do eixo, 13, com o suporte, 26, se dá por meio de dois mancais hidrodinâmicos.

Na parte inferior, indicadas pelo número 11, situam-se as molas do compressor, responsáveis pela atenuação da transmissão das vibrações geradas pelo pistão e pelo

motor à carcaça do compressor. Interno às molas, encontram-se batentes cuja função é limitar a amplitude de oscilação da mola, conforme Figura 36.

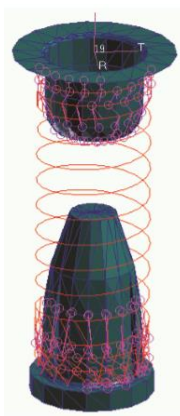


Figura 36- Modelo de elementos finitos do conjunto mola-batente Fonte: CARMO (2001)

Dessa forma, para a análise da vibração, o compressor será entendido como um conjunto de três partes, a saber, pistão, eixo vertical e corpo do compressor. A modelagem da primeira parte já foi realizada sendo possível utilizar os resultados encontrados para calcular a distribuição de esforços no eixo. Será necessário, porém, utilizar diversos outros parâmetros não considerados no estudo do pistão em separado. Tais parâmetros incluem as massas das partes fixas e as distâncias necessárias para o cálculo dos momentos.

Será necessário também realizar uma melhor modelagem do motor elétrico de modo a determinar a sua contribuição para geração ou atenuação da vibração. Sua massa e a de seu suporte também serão importantes no cálculo da resposta dinâmica do sistema como um todo.

Finalmente, será possível determinar as forças nas molas, que, impostas à carcaça, determinarão as amplitudes e frequências de vibração do compressor.

#### 4.1 Modelagem inicial da vibração

Nesse trabalho, somente serão considerados como esforços capazes de provocar a vibração os advindos do sistema pistão-biela-manivela já simulados anteriormente. Nesse caso, será necessário apenas identificar todas as distâncias e massas pertinentes ao cálculo dos esforços.

Primeiramente, é necessário definir um sistema de coordenadas. A figura abaixo ilustra o sistema de referência inercial centrado no centro de massa do conjunto de suporte do eixo. Nesse conjunto estão comportadas as molas, o estator, o rotor, o eixo, e os mancais. Não estão incluídos o conjunto biela-manivela-pistão.

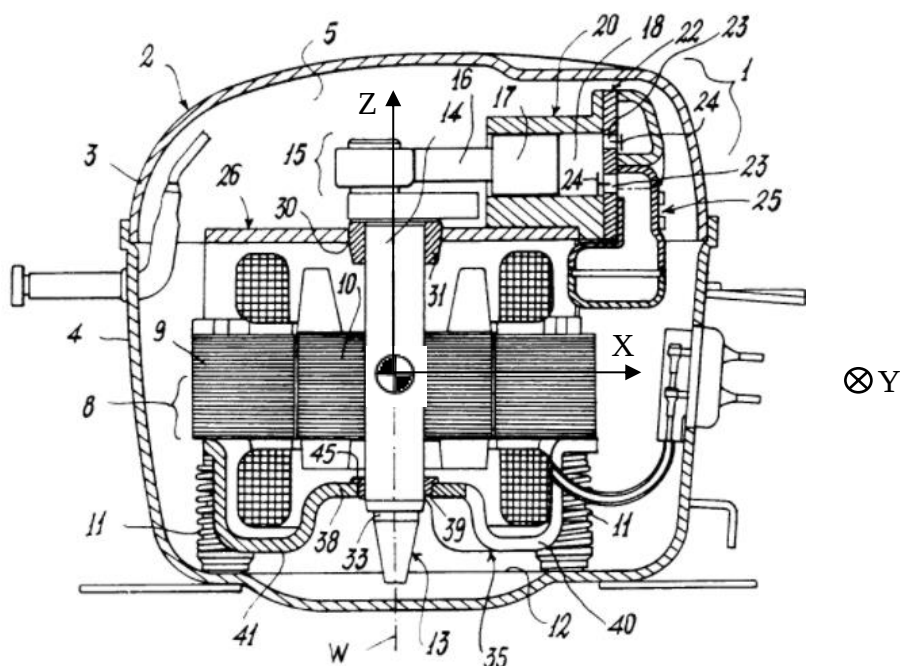


Figura 37- Sistema de coordenadas. Fonte: Adaptado de FRANCESCO, A; VITTORIO,B. (1993)

Será considerada também a hipótese de rigidez nos corpos do compressor, sendo as molas os únicos corpos flexíveis do sistema. Não será considerada a rigidez da serpentina de descarga que une o corpo do compressor à carcaça. Através do diagrama de corpo livre do pistão e da biela na seção 3.2 foi possível obter a força reativa na biela,  $F_B$ .

Serão desprezados os efeitos devido à vibração do sistema na força de reação na biela. Dessa forma, o sistema correspondente a apenas o mecanismo pistão-biela-manivela permanecerá sem alterações. Será possível, portanto, utilizar uma das saídas do modelo, a força  $F_B$ , como entrada no modelo vibracional do compressor.

Tal força foi equacionada na eq.(19) e pode ser observada nas figuras 12a e 12b.

$$F_B = \frac{-J_m \ddot{\phi} + T_m}{r} \quad (19)$$

Considerando agora apenas o eixo motriz tem-se:

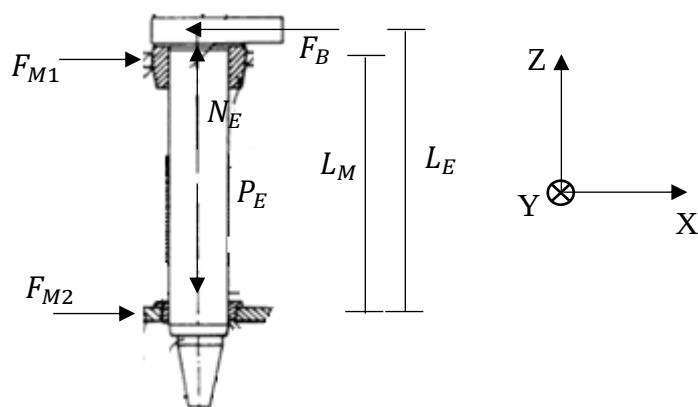


Figura 38- DCL eixo motor Fonte: Adaptado de FRANCESCO, A; VITTORIO,B. (1993)

Onde:

Tabela 4- Parâmetros e esforços no eixo

| Nome                                | Símbolo  |
|-------------------------------------|----------|
| Força reativa na biela              | $F_B$    |
| Força horizontal no mancal 1        | $F_{M1}$ |
| Força horizontal no mancal 2        | $F_{M2}$ |
| Força normal do eixo                | $N_E$    |
| Força peso do eixo                  | $P_E$    |
| Comprimento entre mancais           | $L_M$    |
| Comprimento da biela até o mancal 2 | $L_E$    |
| Massa do eixo                       | $M_E$    |

As forças verticais correspondem à massa do conjunto eixo, rotor e biela. O peso do pistão, do cilindro e das câmaras de gás serão considerados como apoiados diretamente sobre a caixa principal. Vale lembrar que a força  $F_B$  varia sua direção no plano xy conforme a rotação da manivela de acordo com a expressão:

$$\vec{F}_B = -F_B \sin \varphi \hat{i} + F_B \cos \varphi \hat{j} \quad (79)$$

Utilizando o teorema do movimento do baricentro (TMB) nas direções X e Y tem-se:

$$-F_B \sin \varphi + \vec{F}_{M1} * \hat{i} + \vec{F}_{M2} * \hat{i} = M_E \ddot{X} \quad (80)$$

$$F_B \cos \varphi + \vec{F}_{M1} * \hat{j} + \vec{F}_{M2} * \hat{j} = M_E \ddot{Y} \quad (81)$$

Utilizando o teorema do momento da quantidade de movimento (TMQM) obtém-se:

$$L_m(F_{M1X} - F_{M2X}) - L_E F_B \sin\varphi = J_{EY} \ddot{\delta}_Y \quad (82)$$

$$L_m(-F_{M1Y} + F_{M2Y}) - L_E F_B \cos\varphi = J_{EX} \ddot{\delta}_X \quad (83)$$

Dessa forma:

$$F_{M1X} = \frac{M_E \ddot{X} + F_B \sin\varphi}{2} + \frac{J_{EY} \ddot{\delta}_Y + F_B \sin\varphi}{2L_m} \quad (84)$$

$$F_{M2X} = \frac{M_E \ddot{X} + F_B \sin\varphi}{2} - \frac{J_{EY} \ddot{\delta}_Y + F_B \sin\varphi}{2L_m} \quad (85)$$

$$F_{M1Y} = \frac{M_E \ddot{Y} - F_B \cos\varphi}{2} - \frac{J_{EX} \ddot{\delta}_X + F_B \cos\varphi}{2L_m} \quad (86)$$

$$F_{M2Y} = \frac{M_E \ddot{Y} - F_B \cos\varphi}{2} + \frac{J_{EX} \ddot{\delta}_X + F_B \cos\varphi}{2L_m} \quad (87)$$

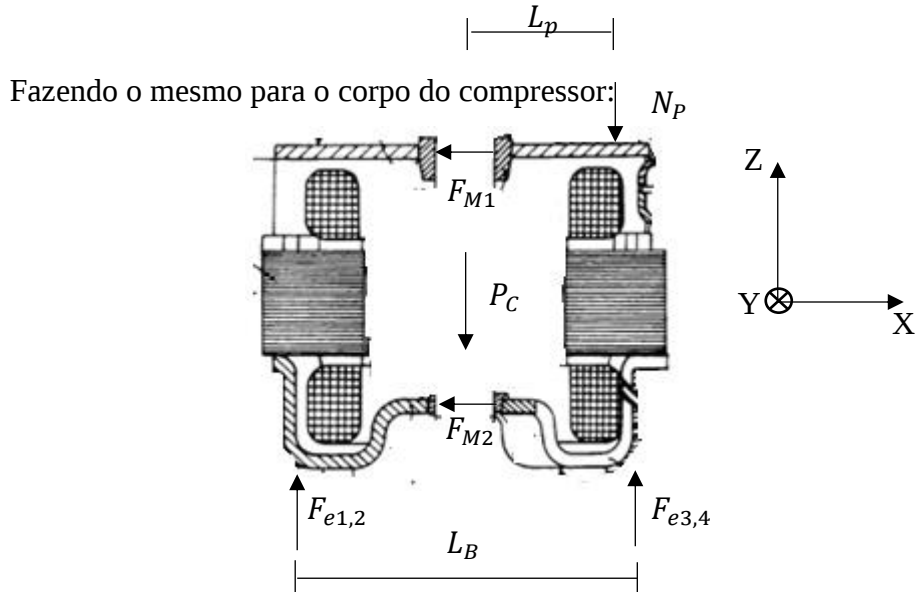


Figura 39- DCL da base do compressor Fonte: Adaptado de FRANCESCO, A; VITTORIO,B. (1993)

Onde:

Tabela 5- Parâmetros e esforços na caixa principal

| Nome                                                                  | Símbolo        |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------|
| Peso da caixa central                                                 | $P_C$          |
| Força elástica nas molas 1,2,3,4                                      | $F_{e1,2,3,4}$ |
| Largura da base na direção X                                          | $L_X$          |
| Força normal do conjunto pistão e câmaras de gás                      | $N_P$          |
| Distância do centro de massa do conjunto do pistão ao centro da caixa | $L_p$          |

A força  $N_P$  corresponde à reação normal ao peso do pistão e das câmaras de gás, mas, como há um deslocamento no CG do pistão durante a compressão, a distância  $L_p$  é variável. Porém, tal fenômeno não será levado em consideração. O peso da estrutura também não será considerado para a análise da dinâmica do sistema, pois é apenas responsável pela deformação inicial, estática do conjunto de molas.

Para determinar o alongamento das molas, é necessário considerar não só os deslocamentos lineares do centro de massa, mas também a rotação do conjunto em torno dos três eixos, a saber  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ . Vale lembrar também que o corpo do compressor está apoiado sobre a carcaça externa. Nesse trabalho a carcaça externa do compressor será considerada fixa. A Figura 40 ilustra os graus de liberdade do modelo, além do movimento do pistão. Vale ressaltar que a direção X corresponde à direção do pistão.

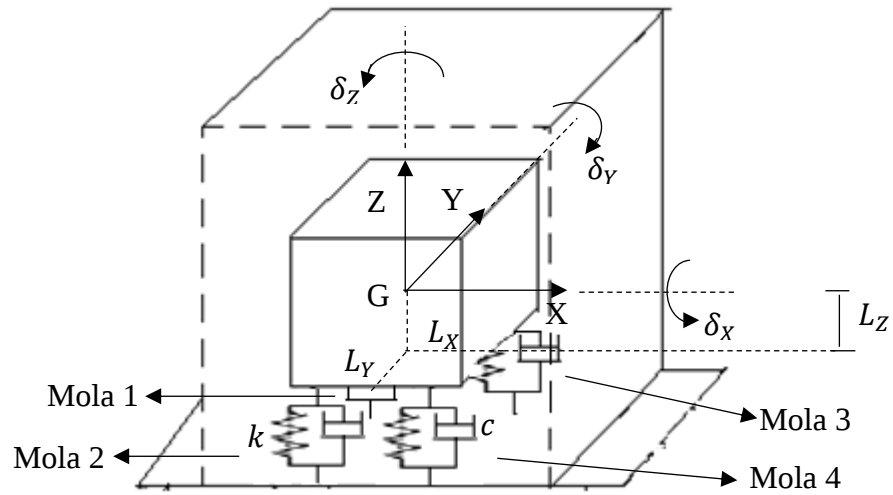


Figura 40-Graus de liberdade do compressor

As forças das molas que ligam o corpo do compressor à carcaça são dependentes dos deslocamentos lineares e angulares entre o corpo e a carcaça. Considerando-se pequenos deslocamentos, a força nas molas são dadas por:

$$F_{e1} = -k \left( (X - \delta_z L_Y - \delta_Y L_Z) \hat{i} + (Y - \delta_z L_X + \delta_X L_Z) \hat{j} + (Z - Z_C + \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (88)$$

$$F_{e2} = -k \left( (X + \delta_z L_Y - \delta_Y L_Z) \hat{i} + (Y - \delta_z L_Y + \delta_X L_Z) \hat{j} + (Z + \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (89)$$

$$F_{e3} = -k \left( (X - \delta_z L_Y - \delta_Y L_Z) \hat{i} + (Y + \delta_z L_X + \delta_X L_Z) \hat{j} + (Z - \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (90)$$

$$F_{e4} = -k \left( (X + \delta_z L_Y - \delta_Y L_Z) \hat{i} + (Y + \delta_z L_X + \delta_X L_Z) \hat{j} + (Z - \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (91)$$

Será considerado também o pequeno amortecimento das molas:

$$F_{c1} = -c \left( (\dot{X} - \dot{\delta}_z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) \hat{i} + (\dot{Y} - \dot{\delta}_z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) \hat{j} + (\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (92)$$

$$F_{c2} = -c \left( (\dot{X} + \dot{\delta}_z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) \hat{i} + (\dot{Y} - \dot{\delta}_z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) \hat{j} + (\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (93)$$

$$F_{c3} = -c \left( (\dot{X} - \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) \hat{i} + (\dot{Y} + \dot{\delta}_Z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) \hat{j} \right. \\ \left. + (\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (94)$$

$$F_{c4} = -c \left( (\dot{X} + \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) \hat{i} + (\dot{Y} + \dot{\delta}_Z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) \hat{j} \right. \\ \left. + (\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) \hat{k} \right) \quad (95)$$

Com as forças calculadas, é possível obter as equações diferenciais do movimento. Do TMB, na direção X:

$$M_s \ddot{X} = -F_{M1X} - F_{M2X} + \sum_{i=1}^4 (\vec{F}_{ei} * \hat{i}) \quad (96)$$

Onde  $M_s$  é a massa da parte suspensa. Utilizando a eq.(84) e a eq.(85) é possível escrever:

$$M_s \ddot{X} = -(M_E \ddot{X} + F_B \sin \varphi) - 2k(X - \delta_Z L_Y - \delta_Y L_Z) - 2k(X + \delta_Z L_Y - \delta_Y L_Z) \\ - 2c(\dot{X} - \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) - 2c(\dot{X} + \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) \quad (97)$$

$$(M_s + M_E) \ddot{X} = -F_B \sin \varphi - 4k(X - \delta_Y L_Z) - 4c(\dot{X} - \dot{\delta}_Y L_Z) \quad (98)$$

Analogamente, na direção Y:

$$M_s \ddot{Y} = -F_{M1Y} - F_{M2Y} + \sum_{i=1}^4 (\vec{F}_{ei} * \hat{j}) \quad (99)$$

$$(M_s + M_E) \ddot{Y} = F_B \cos \varphi - 4k(Y + \delta_X L_Z) - 4c(\dot{Y} + \dot{\delta}_X L_Z) \quad (100)$$

$$M_s \ddot{Z} = \sum_{i=1}^4 (\vec{F}_{ei} * \hat{k}) \quad (101)$$

$$M_s \ddot{Z} = -k(Z + \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) - k(Z + \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) - k(Z - \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) \\ - k(Z - \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) - c(\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) \\ - c(\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) - c(\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) \\ - c(\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) \quad (102)$$

$$M_s \ddot{Z} = -4kZ - 4c\dot{Z} \quad (103)$$

Como a posição inicial é  $Z_0 = 0$  e a velocidade inicial é  $\dot{Z}_0 = 0$ , não há movimento do centro de massa do conjunto na direção vertical.

Tendo realizado o equacionamento das forças, é necessário agora realizar o equacionamento dos momentos. Para isso será aplicado o teorema do momento da quantidade de movimento (TMQM) para um corpo rígido.

$$\sum \overrightarrow{M_{o_{ext}}} = m(G - O) \wedge \overrightarrow{a_o} + \frac{d}{dt}([\hat{i} \hat{j} \hat{k}][J_O][\omega]) \quad (104)$$

Onde a matriz de inércia com respeito ao polo O,  $J_O$ , é dada por:

$$J_O = \begin{bmatrix} J_{XO} & J_{XYO} & J_{XZO} \\ J_{XYO} & J_{YO} & J_{YZO} \\ J_{XZO} & J_{YZO} & J_{ZO} \end{bmatrix} \quad (105)$$

Tomando como polo o centro de gravidade é possível escrever:

$$J_G = \begin{bmatrix} J_X & J_{XY} & J_{XZ} \\ J_{XY} & J_Y & J_{YZ} \\ J_{XZ} & J_{YZ} & J_Z \end{bmatrix} \quad (106)$$

Dessa forma, é possível escrever a parcela da derivada das matrizes de inércia e rotação como sendo:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}([\hat{i} \hat{j} \hat{k}][J_G][\dot{\delta}]) \\ &= \frac{d}{dt}((J_X \dot{\delta}_X + J_{XY} \dot{\delta}_Y + J_{XZ} \dot{\delta}_Z)\hat{i} + (J_{XY} \dot{\delta}_X + J_Y \dot{\delta}_Y + J_{YZ} \dot{\delta}_Z)\hat{j} \\ & \quad + (J_{XZ} \dot{\delta}_X + J_{XY} \dot{\delta}_Y + J_Z \dot{\delta}_Z)\hat{k}) \end{aligned} \quad (107)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}((J_X \dot{\delta}_X + J_{XY} \dot{\delta}_Y + J_{XZ} \dot{\delta}_Z)\hat{i} + (J_{XY} \dot{\delta}_X + J_Y \dot{\delta}_Y + J_{YZ} \dot{\delta}_Z)\hat{j} + (J_{XZ} \dot{\delta}_X + J_{XY} \dot{\delta}_Y + J_Z \dot{\delta}_Z)\hat{k}) = \\ & (J_X \ddot{\delta}_X + J_{XY} \ddot{\delta}_Y + J_{XZ} \ddot{\delta}_Z - J_{XY} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z - J_Y \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z - J_{YZ} \dot{\delta}_Z^2 + J_{XZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y + J_{YZ} \dot{\delta}_Y^2 + J_Z \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z)\hat{i} \\ & + (J_X \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z + J_{XY} \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z + J_{XZ} \dot{\delta}_Z^2 + J_{XY} \ddot{\delta}_X + J_Y \ddot{\delta}_Y + J_{YZ} \ddot{\delta}_Z - J_{XZ} \dot{\delta}_X^2 - J_{YZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y - J_Z \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z)\hat{j} \\ & + (-J_X \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y - J_{XY} \dot{\delta}_Y^2 - J_{XZ} \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z + J_{XY} \dot{\delta}_X^2 + J_Y \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y + J_{YZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z + J_{XZ} \ddot{\delta}_X + J_{YZ} \ddot{\delta}_Y \\ & \quad + J_Z \ddot{\delta}_Z)\hat{k} \end{aligned} \quad (108)$$

Vale lembrar que:

$$\dot{\hat{i}} = \dot{\delta} \wedge \hat{i} = \dot{\delta}_Z \hat{j} - \dot{\delta}_Y \hat{k} \quad (109)$$

$$\dot{\hat{j}} = \dot{\delta} \wedge \hat{j} = -\dot{\delta}_Z \hat{i} + \dot{\delta}_X \hat{k} \quad (110)$$

$$\dot{\hat{k}} = \dot{\delta} \wedge \hat{k} = \dot{\delta}_Y \hat{i} - \dot{\delta}_X \hat{j} \quad (111)$$

Agora é necessário calcular a somatória dos momentos externos atuantes. Tais momentos são provocados pelas forças nos mancais e nas molas.

$$\sum \overrightarrow{M_{G_{mancais}}} = (F_{M1Y} - F_{M2Y})L_M \hat{i} + (-F_{M1X} + F_{M2X})L_M \hat{j} \quad (112)$$

$$\begin{aligned}
\sum (\overrightarrow{M}_{G_{molas}} * \hat{i}) = & -k(Z + \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) L_Y + k(Z + \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) L_Y \\
& -k(Z - \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) L_Y + k(Z - \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) L_Y \\
& -2k(Y + \delta_Z L_X + \delta_X L_Z) L_Z - 2k(Y - \delta_Z L_X + \delta_X L_Z) L_Z \\
& -c(\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) L_Y + c(\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) L_Y \\
& -c(\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) L_Y + c(\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) L_Y \\
& -c(\dot{Y} + \dot{\delta}_Z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) L_Z \\
& -c(\dot{Y} - \dot{\delta}_Z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) L_Z
\end{aligned} \tag{113}$$

$$\begin{aligned}
\sum (\overrightarrow{M}_{G_{molas}} * \hat{i}) = & -4k\delta_X L_Y^2 - 4kL_Z (Y + \delta_X L_Z) - 4c\dot{\delta}_X L_Y^2 \\
& - 4cL_Z (\dot{Y} + \dot{\delta}_X L_Z)
\end{aligned} \tag{114}$$

$$\begin{aligned}
\sum (\overrightarrow{M}_{G_{molas}} * \hat{j}) = & -k(Z + \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) L_X - k(Z + \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) L_X \\
& + k(Z - \delta_Y L_X + \delta_X L_Y) L_X + k(Z - \delta_Y L_X - \delta_X L_Y) L_X \\
& + 2k(X - \delta_Z L_Y - \delta_Y L_Z) L_Z + 2k(X + \delta_Z L_Y - \delta_Y L_Z) L_Z \\
& - c(\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) L_X - c(\dot{Z} + \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) L_X \\
& + c(\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X + \dot{\delta}_X L_Y) L_X + c(\dot{Z} - \dot{\delta}_Y L_X - \dot{\delta}_X L_Y) L_X \\
& + 2c(\dot{X} - \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) L_Z \\
& + 2c(\dot{X} + \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) L_Z
\end{aligned} \tag{115}$$

$$\begin{aligned}
\sum (\overrightarrow{M}_{G_{molas}} * \hat{j}) = & -4k\delta_Y L_X^2 + 4kL_Z (X - \delta_Y L_Z) - 4c\dot{\delta}_Y L_X^2 \\
& + 4cL_Z (\dot{X} - \dot{\delta}_Y L_Z)
\end{aligned} \tag{116}$$

$$\begin{aligned}
\sum (\overrightarrow{M}_{G_{molas}} * \hat{k}) = & 2k(X - \delta_Z L_Y - \delta_Y L_Z) L_Y - 2k(X + \delta_Z L_Y - \delta_Y L_Z) L_Y \\
& - 2k(Y + \delta_Z L_X + \delta_X L_Z) L_Z + 2k(Y - \delta_Z L_X + \delta_X L_Z) L_Z \\
& + 2c(\dot{X} - \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) L_Y - 2c(\dot{X} + \dot{\delta}_Z L_Y - \dot{\delta}_Y L_Z) L_Y \\
& - 2c(\dot{Y} + \dot{\delta}_Z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) L_Z \\
& + 2c(\dot{Y} - \dot{\delta}_Z L_X + \dot{\delta}_X L_Z) L_Z
\end{aligned} \tag{117}$$

$$\sum (\overrightarrow{M}_{G_{molas}} * \hat{k}) = -4k\delta_Z L_Y^2 - 4k\delta_Z L_X L_Z - 4c\dot{\delta}_Z L_Y^2 - 4c\dot{\delta}_Z L_X L_Z \tag{118}$$

Agora é possível escrever as equações diferenciais do movimento com respeito aos movimentos angulares do conjunto.

$$J_X \ddot{\delta}_X + J_{XY} \ddot{\delta}_Y + J_{XZ} \ddot{\delta}_Z - J_{XY} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z - J_Y \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z - J_{YZ} \dot{\delta}_Z^2 + J_{XZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y + J_{YZ} \dot{\delta}_Y^2 + J_Z \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z$$

$$= (F_{M1Y} - F_{M2Y})L_M - 4k\delta_X L_Y^2 - 4kL_Z (Y + \delta_X L_Z) - 4c\dot{\delta}_X L_Y^2 - 4cL_Z (\dot{Y} + \dot{\delta}_X L_Z) \quad (119)$$

$$J_X \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z + J_{XY} \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z + J_{XZ} \dot{\delta}_Z^2 + J_{XY} \ddot{\delta}_X + J_Y \ddot{\delta}_Y + J_{YZ} \ddot{\delta}_Z - J_{XZ} \dot{\delta}_X^2 - J_{YZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y - J_Z \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z = (-F_{M1X} + F_{M2X})L_M - 4k\delta_Y L_X^2 + 4kL_Z (X - \delta_Y L_Z) - 4c\dot{\delta}_Y L_X^2 + 4cL_Z (\dot{X} - \dot{\delta}_Y L_Z) \quad (120)$$

$$-J_X \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y - J_{XY} \dot{\delta}_Y^2 - J_{XZ} \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z + J_{XY} \dot{\delta}_X^2 + J_Y \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y + J_{YZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z + J_{XZ} \ddot{\delta}_X + J_{YZ} \ddot{\delta}_Y + J_Z \ddot{\delta}_Z = -4k\delta_Z L_Y^2 - 4k\delta_Z L_X L_Z - 4c\dot{\delta}_Z L_Y^2 - 4c\dot{\delta}_Z L_X L_Z \quad (121)$$

Substituindo as eq.(84), eq.(85), eq.(86) e eq.(87) nas três equações acima são obtidas as equações finais do movimento.

$$J_X \ddot{\delta}_X = -J_{XY} \ddot{\delta}_Y - J_{XZ} \ddot{\delta}_Z + J_{XY} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z + J_Y \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z + J_{YZ} \dot{\delta}_Z^2 - J_{XZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y - J_{YZ} \dot{\delta}_Y^2 - J_Z \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z + \left( \frac{-J_{EX} \ddot{\delta}_X - L_E F_B \cos \varphi}{L_M} \right) L_M - 4k\delta_X L_Y^2 - 4kL_Z (Y + \delta_X L_Z) - 4c\dot{\delta}_X L_Y^2 - 4cL_Z (\dot{Y} + \dot{\delta}_X L_Z) \quad (122)$$

$$J_Y \ddot{\delta}_Y = -J_X \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z - J_{XY} \dot{\delta}_Y \dot{\delta}_Z - J_{XZ} \dot{\delta}_Z^2 - J_{XY} \ddot{\delta}_X - J_{YZ} \ddot{\delta}_Z + J_{XZ} \dot{\delta}_X^2 + J_{YZ} \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Y + J_Z \dot{\delta}_X \dot{\delta}_Z + \left( \frac{-J_{EY} \ddot{\delta}_Y - L_E F_B \sin \varphi}{L_M} \right) L_M - 4k\delta_Y L_X^2 + 4kL_Z (X - \delta_Y L_Z) - 4c\dot{\delta}_Y L_X^2 + 4cL_Z (\dot{X} - \dot{\delta}_Y L_Z) \quad (123)$$

Será necessário estimar os momentos de inércia  $J_{EX}, J_{EY}$  do eixo vertical. Será feita uma aproximação por meio do cálculo dos momentos de inércia de uma barra delgada. Dessa forma:

$$J_{EX} = J_{EY} = \frac{M_E L_{Eixo}^2}{12} \quad (124)$$

Onde  $L_{Eixo}$  é o comprimento do eixo e será estimado como sendo equivalente a 70mm com base nos parâmetros fornecidos pela empresa Tecumseh indicados na Tabela 6.

## 4.2 Parâmetros Utilizados

Os parâmetros presentes na Tabela 6 foram fornecidos pela empresa Tecumseh e correspondem a um modelo de compressor hermético muito utilizado em aplicações

de refrigeração. Para o motor, foi utilizada a curva de torque de SABATO (2010) indicada na figura a seguir.

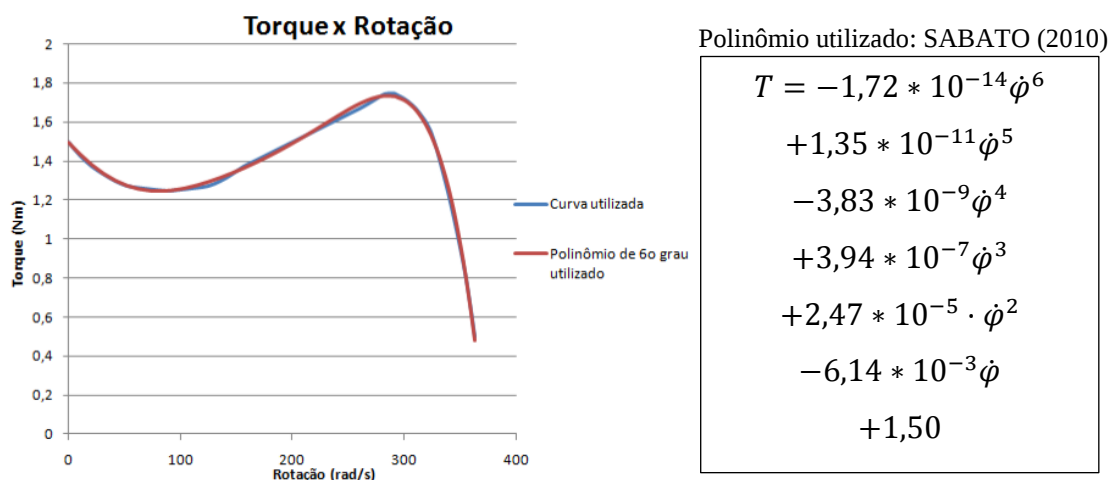


Figura 41- Curva de torque Steel Motor 56, 0,18KW Fonte: SABATO (2010)

Tabela 6- Parâmetros do compressor hermético Fonte: TECUMSEH

| Nome                                           | Parâmetro           | Valor                                                                                                   | Unidade          |
|------------------------------------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Comprimento da biela                           | L                   | 40.475                                                                                                  | mm               |
| Comprimento da manivela                        | r                   | 7.250                                                                                                   | mm               |
| Raio do pistão                                 | $r_p$               | 11.223                                                                                                  | mm               |
| Massa do pistão                                | m                   | 0.026                                                                                                   | kg               |
| Inércia da manivela (em relação à vertical)    | $J_m$               | 405.2                                                                                                   | Nmm <sup>2</sup> |
| Rotação de operação do motor                   | $\omega$            | 3456                                                                                                    | RPM              |
| Volume mínimo (PMS)                            | $V_0$               | 0.0574                                                                                                  | cm <sup>3</sup>  |
| Volume máximo (PMI)                            | $V_1$               | 5.74                                                                                                    | cm <sup>3</sup>  |
| Pressão máxima                                 | $p_{m\acute{a}x}$   | 12                                                                                                      | atm              |
| Pressão mínima                                 | $p_{m\acute{i}n}$   | 0.97                                                                                                    | atm              |
| Coefficiente adiabático do fluido refrigerante | k                   | 1.07                                                                                                    |                  |
| Fluido refrigerante utilizado                  | -                   | R134a                                                                                                   | -                |
| Massa da caixa interna                         | $M_S$               | 4.225                                                                                                   | kg               |
| CG da caixa interna                            | (CGx, CGy, CGz)     | (-1.968, 0.089, 92.467)                                                                                 | mm               |
| Massa do eixo vertical                         | $M_E$               | 0.940                                                                                                   | kg               |
| Rigidez das molas internas                     | k                   | 4.12                                                                                                    | N/mm             |
| Constante de amortecimento mola interna        | c                   | 0.0001                                                                                                  | Ns/mm            |
| Matriz de inércia da caixa interna             | [J]                 | $\begin{bmatrix} 8568.5 & 15.6 & 659.8 \\ 15.6 & 9830.7 & 12.2 \\ 659.8 & 12.2 & 9623.42 \end{bmatrix}$ | Nmm <sup>2</sup> |
| Distância das molas internas                   | $[L_X \ L_Y \ L_Z]$ | Ver Figura 42                                                                                           | mm               |
| Distância entre apoios                         | $L_M$               | 31.312                                                                                                  | mm               |
| Distância entre manivela e segundo apoio       | $L_E$               | 56.525                                                                                                  | mm               |

A distância entre o ponto de aplicação da força das molas internas e o centro de gravidade da caixa interna pode ser visualizada na Figura 42. A cota de início das molas é de  $Z=21.330\text{mm}$  e a de fim é de  $Z=43.308\text{mm}$ . Apesar de existir uma diferença na distância em X das molas externas, no cálculo considerou-se simetria no sistema, dessa forma foi realizada uma média entre essas distâncias para o cálculo de forças e momentos.

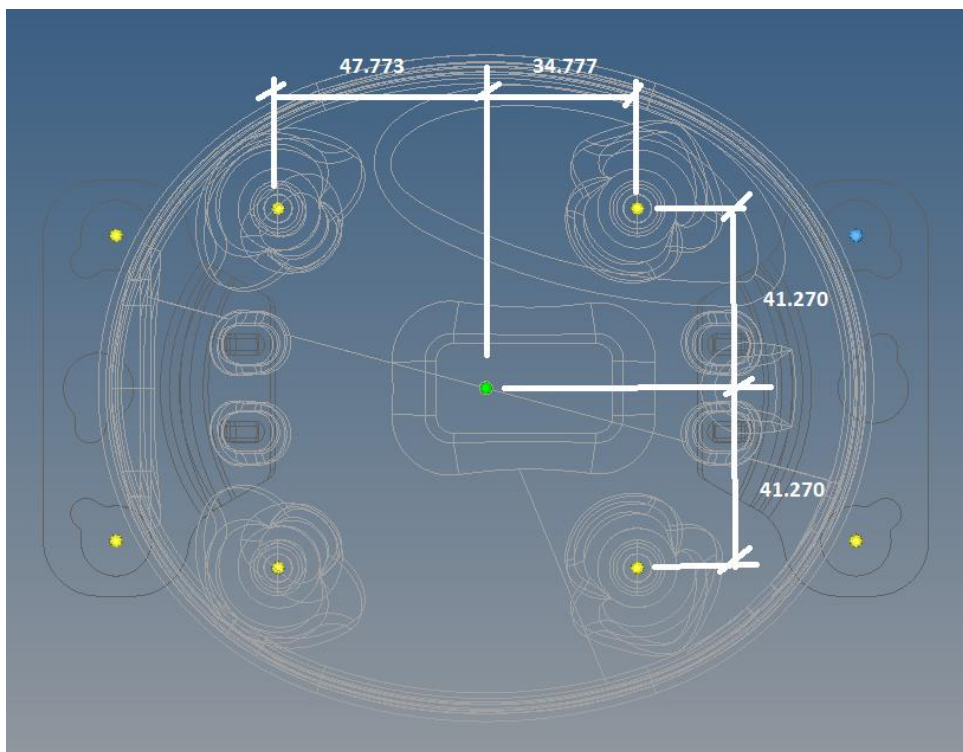


Figura 42- Distância entre as molas internas e o centro de gravidade da caixa interna Fonte: TECUMSEH

## 5. VIBRAÇÕES LIVRES DO SISTEMA

Uma vez modelado o sistema e obtidos os parâmetros necessários, é possível iniciar a análise do mesmo. Primeiramente, serão estudadas as frequências naturais do sistema em conjunto com seus modos de vibrar. Para isso, é necessário montar as matrizes de massa e rigidez do sistema. O pequeno amortecimento proveniente das molas e do efeito giroscópico do mecanismo serão desprezados nesse estudo.

$$[M] = \begin{bmatrix} M_S + M_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_S + M_E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_S + M_E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_X + J_{E_X} & J_{XY} & J_{XZ} \\ 0 & 0 & 0 & J_{XY} & J_Y + J_{E_Y} & J_{YZ} \\ 0 & 0 & 0 & J_{XZ} & J_{YZ} & J_Z \end{bmatrix} \quad (125)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 4k & 0 & 0 & 0 & -4kL_Z & 0 \\ 0 & 4k & 0 & 4kL_Z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4kL_Z & 0 & 4k(L_Z^2 + L_Y^2) & 0 & 0 \\ -4kL_Z & 0 & 0 & 0 & 4k(L_Z^2 + L_X^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4k(L_Y^2 + L_XL_Z) \end{bmatrix} \quad (126)$$

Conforme o esperado, tais matrizes são simétricas e acoplam o movimento linear em X com o angular em Y e acoplam o movimento linear em Y com o angular em X. Com os parâmetros do problema tais matrizes são dadas por:

$$[M] = \begin{bmatrix} 5.125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.125 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0089493 & 0.0000156 & 0.0006598 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000156 & 0.0102145 & 0.0000122 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0006598 & 0.0000122 & 0.0096234 \end{bmatrix} \quad (127)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 16480 & 0 & 0 & 0 & -810.14032 & 0 \\ 0 & 16480 & 0 & 810.14032 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16480 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 810.14032 & 0 & 67.894637 & 0 & 0 \\ -810.14032 & 0 & 0 & 0 & 67.894637 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 67.898037 \end{bmatrix} \quad (128)$$

É necessário resolver agora o problema de autovalores e autovetores de modo a determinar as frequências naturais e modos de vibrar. Os autovalores  $\lambda_i$  são dados pela solução do polinômio característico obtido pela expressão:

$$\det(K - \lambda M) = 0 \quad (129)$$

Já os autovetores são dados pela solução do sistema de equações:

$$[K - \lambda_i M] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \delta_X \\ \delta_Y \\ \delta_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (130)$$

Desse modo os autovalores obtidos estão indicados abaixo:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} 991,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1026,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3190,7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6998,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8846,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9883,0 \end{bmatrix} \quad (131)$$

Vale lembrar que  $\lambda = \omega^2$

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 31,48 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32,03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 56,48 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 83,65 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 94,06 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 99,41 \end{bmatrix} \quad (132)$$

Os valores acima estão em rad/s. Já os modos de vibrar estão indicados na matriz abaixo:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 0.3733 & -0.0048 & 0.0000 & 0.0014 & -0.2328 & 0.0019 \\ -0.0047 & -0.3814 & 0.0000 & -0.0491 & 0.0018 & 0.2137 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.4400 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0655 & 5.2638 & 0.0000 & -1.1930 & 0.0647 & 9.1997 \\ 5.2353 & -0.0659 & 0.0000 & -0.0330 & 8.3952 & -0.0812 \\ 0.0018 & 0.0614 & 0.0000 & -9.9828 & -0.0745 & -2.1851 \end{bmatrix} \quad (133)$$

Analisando a matriz modal, é possível perceber que há acoplamento em todos os graus de liberdade, menos na direção vertical. Tal fenômeno já era esperado pois a equação em z indicava que não ocorreria movimento nessa direção.

No primeiro modo predomina-se a rotação em torno do eixo y com um pequeno movimento na direção positiva do eixo x, as demais componentes são quase desprezíveis.

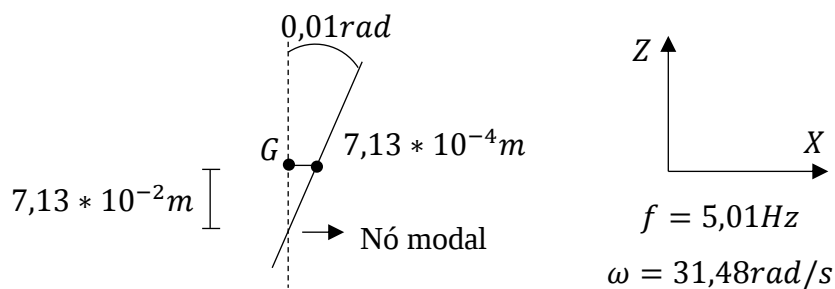


Figura 43-Primeiro modo de vibrar

No segundo modo predomina-se a rotação em torno do eixo  $x$  com um pequeno movimento na direção negativa do eixo  $y$ , as demais componentes são quase desprezíveis.

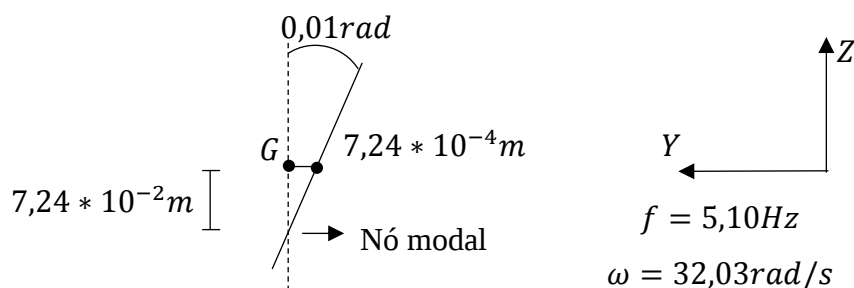


Figura 44- Segundo modo de vibrar

O terceiro modo corresponde ao deslocamento vertical puro, sem nenhuma outra componente de movimento, porém a amplitude de tal modo é muito baixa conforme visto anteriormente.

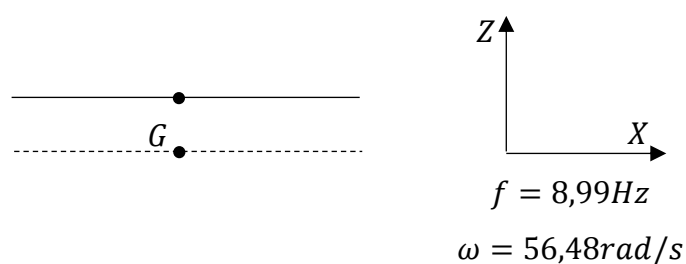


Figura 45- Terceiro modo de vibrar

O quarto modo corresponde à rotação em torno do eixo  $z$ , torção do sistema, acoplada à rotação ao redor do eixo  $x$  na mesma direção, mais uma vez as demais componentes são quase desprezíveis.

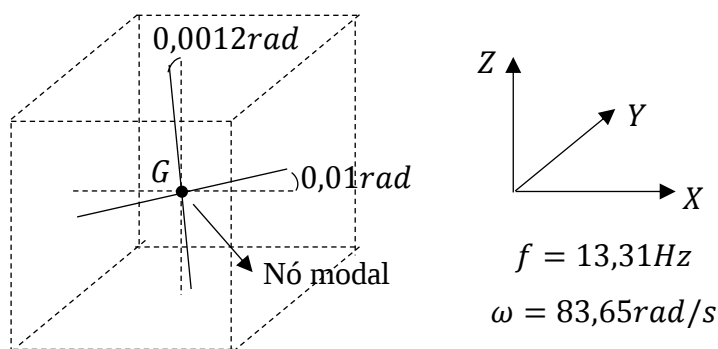


Figura 46- Quarto modo de vibrar

O quinto modo corresponde à rotação em torno do eixo  $y$  com deslocamento negativo na direção  $x$ .

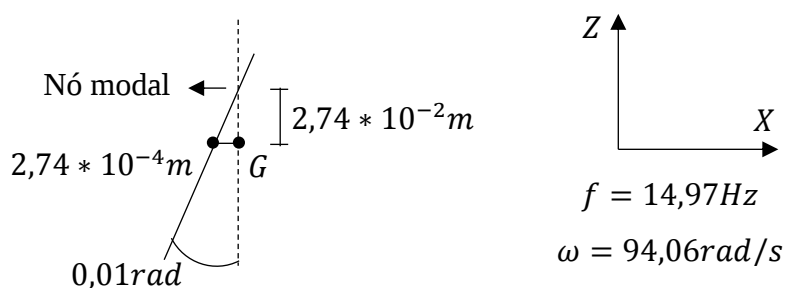


Figura 47- Quinto modo de vibrar

Finalmente, o sexto modo corresponde à rotação em torno do eixo  $x$  com torção, rotação ao longo do eixo  $z$ , na direção oposta.

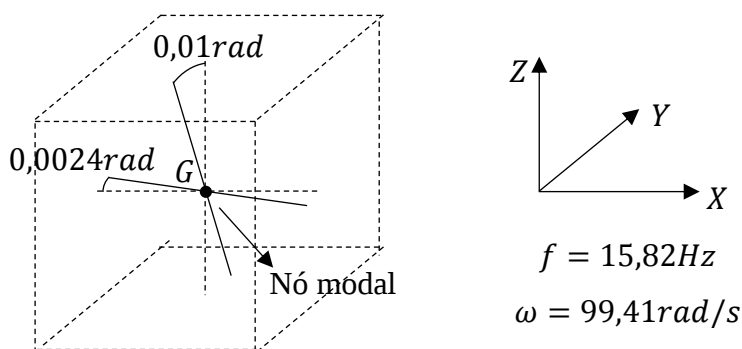


Figura 48- Sexto modo de vibrar

Cabe agora elaborar um Diagrama de Campbell de modo a verificar quais frequências de excitação podem resultar em frequências naturais do sistema, o que é indesejável para seu bom comportamento. Para isso, deve-se analisar os tipos de esforços atuantes no sistema em relação à rotação em que ocorrem.

No sistema pistão biela-manivela são importantes os esforços que ocorrem na frequência de rotação do motor, correspondente à compressão do gás, e os que ocorrem no dobro da frequência de rotação do motor, correspondente ao movimento de subida e descida do pistão.

Dessa forma é possível elaborar o Diagrama de Campbell do sistema, com base em duas retas de forças de excitação e seis valores de frequência natural. Tal diagrama está representado na Figura 49.

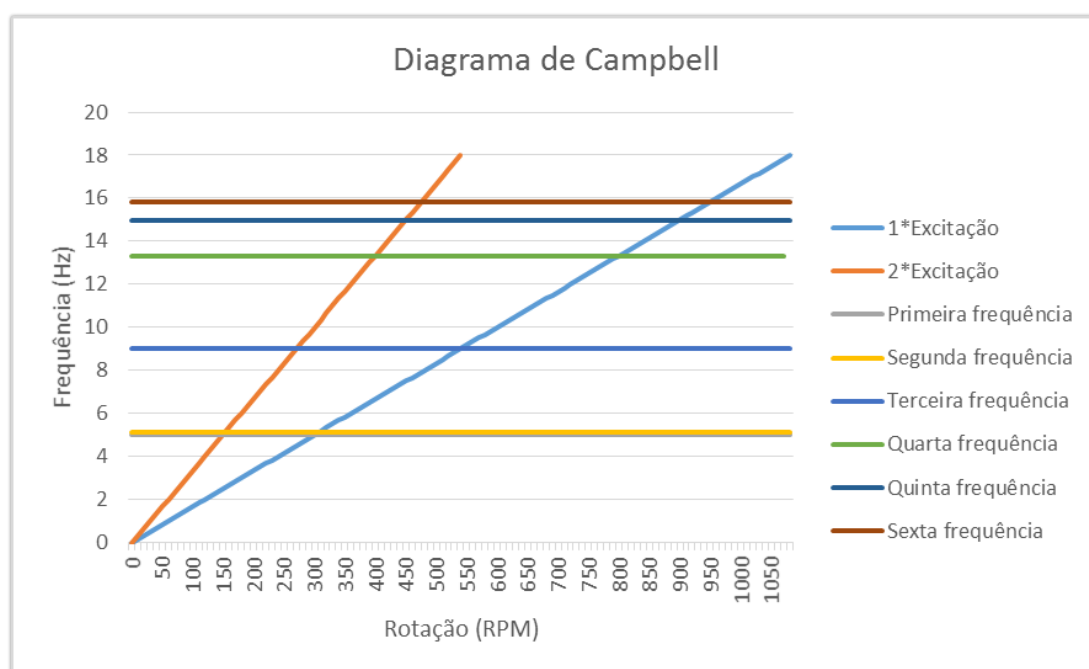


Figura 49- Diagrama de Campbell

Do diagrama pode-se perceber que, para rotações acima de 1000RPM, as frequências naturais não são excitadas. Como o compressor opera na rotação de 3456RPM, somente na partida e na parada ocorre a passagem por tais rotações, dessa forma não há grande aumento de amplitude pois o intervalo de tempo nessa condição é pequeno.

Caso fossem considerados ainda esforços correspondentes à metade da rotação do motor, não seriam atingidas as frequências naturais acima dos 2000RPM. O sistema apresentaria assim comportamento semelhante.

Utilizando os parâmetros fornecidos pela empresa Tecumseh, é possível visualizar o que acontece quando o compressor é submetido a uma frequência de excitação próxima a uma de suas frequências naturais de oscilação. Utilizando um motor linear com torque inicial de 5Nm é possível verificar uma grande diferença no

comportamento para rotações próximas do motor elétrico. Nos gráficos abaixo as curvas em vermelho representam a simulação do sistema para  $\dot{\phi} = 100\text{rad/s}$ , valor próximo às últimas frequências naturais do sistema, e as curvas em azul representam a simulação do sistema para  $\dot{\phi} = 110\text{rad/s}$ .

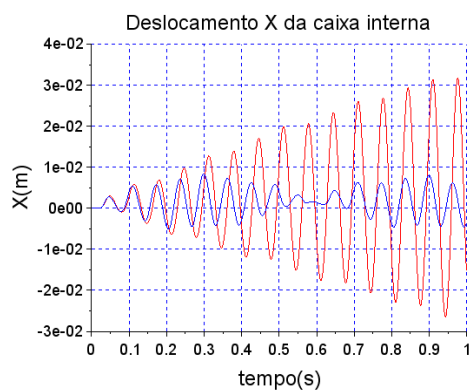


Figura 50a- Ressonância em X

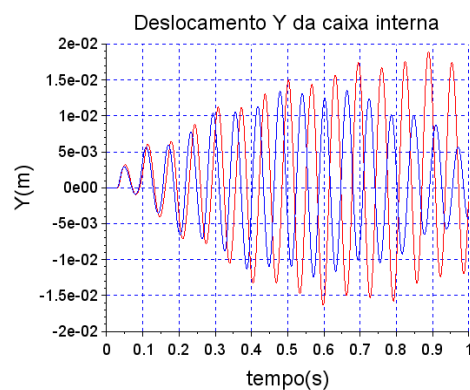


Figura 50b- Ressonância em Y

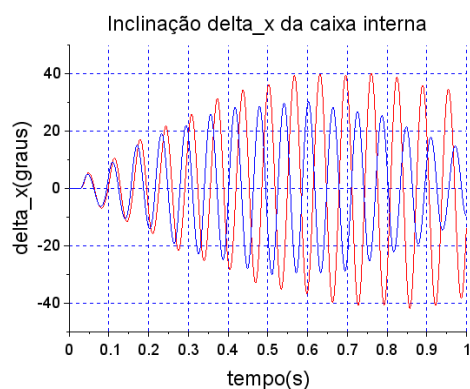
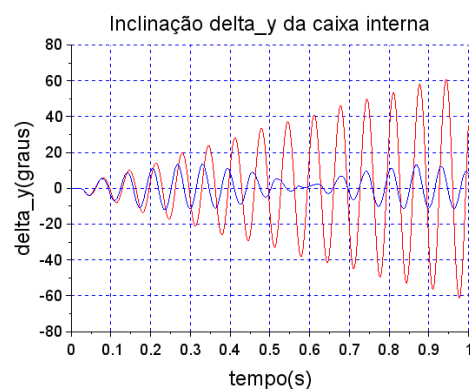
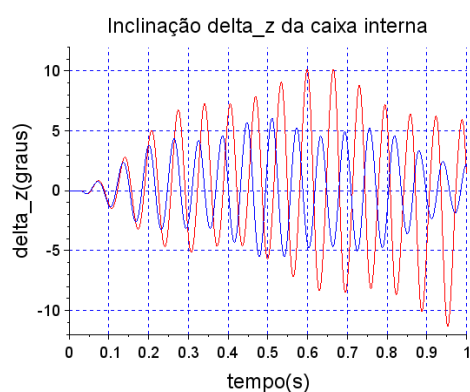
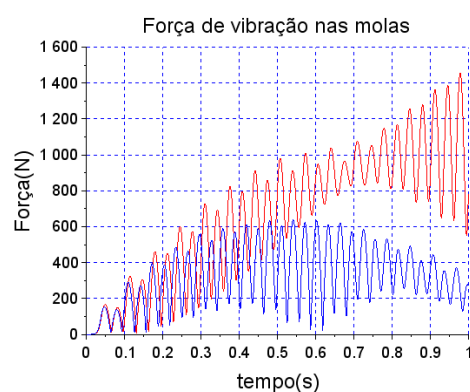
Figura 51a- Ressonância em  $\delta_x$ Figura 51b- Ressonância em  $\delta_y$ Figura 52a- Ressonância em  $\delta_z$ 

Figura 52b- Forças na ressonância

Do conjunto de gráficos acima é possível perceber que o deslocamento linear em X e angular  $\delta_y$  assume amplitudes cada vez maiores e o fazem com sentidos

opostos. Dessa forma é visível que o quinto modo de vibração está sendo excitado. É possível ainda calcular a relação entre amplitudes, para  $t=0,25s$ ,  $x=0,01m$  e  $\delta_Y \cong 18^\circ = 0,31rad$ . Da Figura 47 sabe-se a relação esperada entre deslocamento linear e angular, tal relação equivale a  $0,0274m/rad$ . Calculando-se tal relação no instante  $t=0,25s$  tem-se  $0,0318m/rad$ . Uma diferença de cerca de 14% do valor esperado para o quinto modo de vibração.

Vale lembrar que nessa simulação a rotação do motor não é constante, por isso, apesar de a frequência do quinto modo ser ligeiramente inferior a  $100rad/s$ , o quinto modo está sendo excitado, conforme Figura 53a. Por estar perto da ressonância, ambos os casos apresentam grandes forças de vibração, porém para  $\dot{\varphi} = 100rad/s$  as forças não param de crescer e ultrapassam os  $1000N$ , conforme Figura 52b.

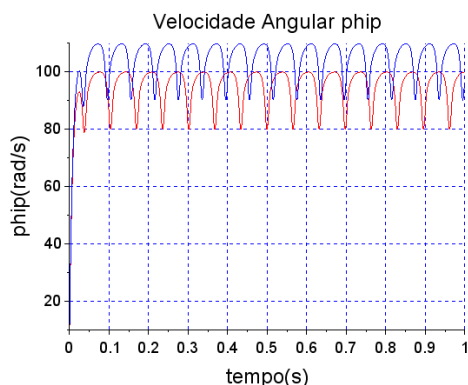


Figura 53a- Velocidade do motor na ressonância

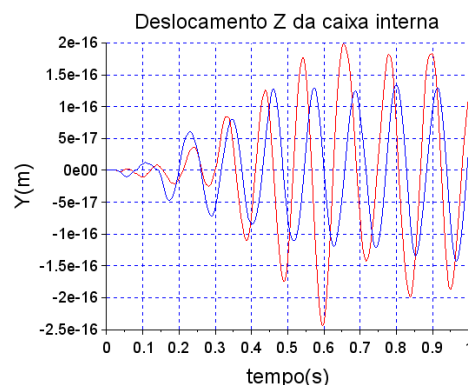


Figura 53b- Ressonância em Z

Conforme esperado não há movimento na direção vertical, as amplitudes muito pequenas presentes na Figura 53b são decorrentes de erros numéricos do software.

## 6. SIMULAÇÃO DO SISTEMA

Concluindo o estudo sobre as vibrações livres do sistema, cabe agora investigar seu comportamento na presença de forças externas. Será simulado então o sistema de 7 graus de liberdade, um proveniente do movimento do pistão e seis do corpo do compressor cujos dados foram fornecidos pela empresa Tecumseh.

Primeiramente será verificada sua resposta transitória na partida do equipamento. O atrito, de forma distinta do ocorrida na primeira modelagem que compreendia apenas o sistema pistão biela-manivela, será desprezado nessa simulação.

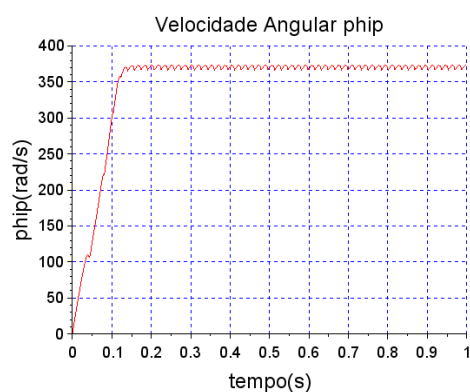


Figura 54a-Varição da rotação do motor

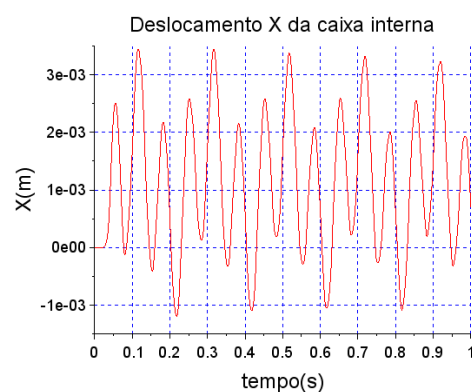


Figura 54b- Deslocamento X do CG

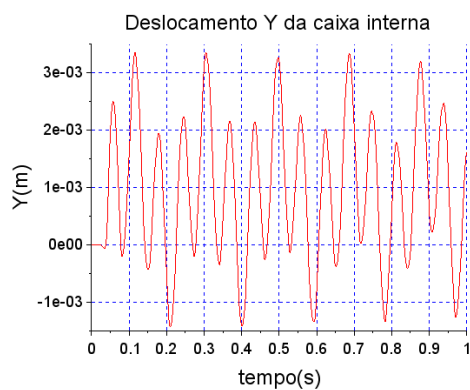


Figura 55a- Deslocamento Y do CG

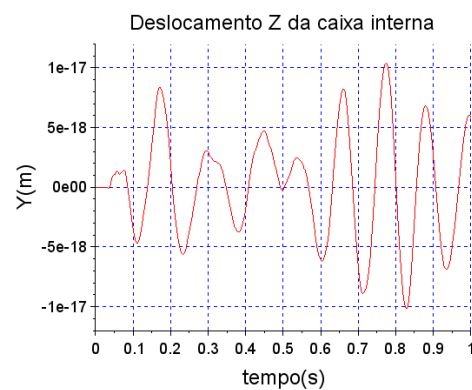


Figura 55b- Deslocamento Z do CG

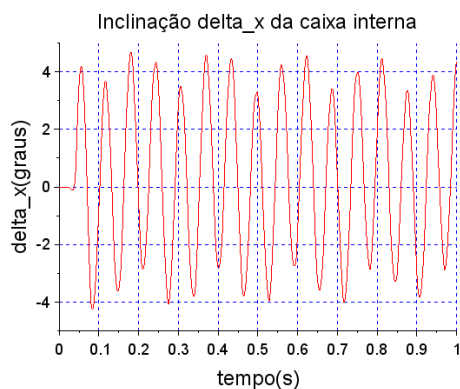
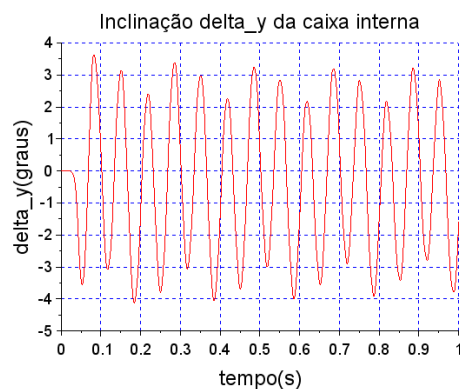
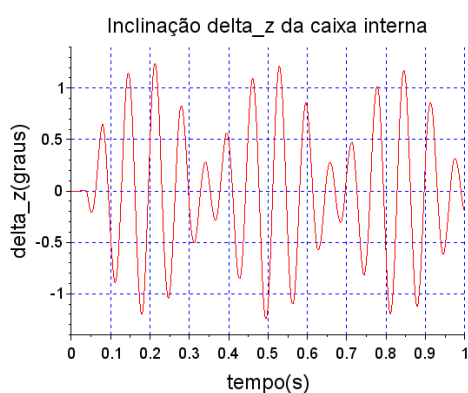
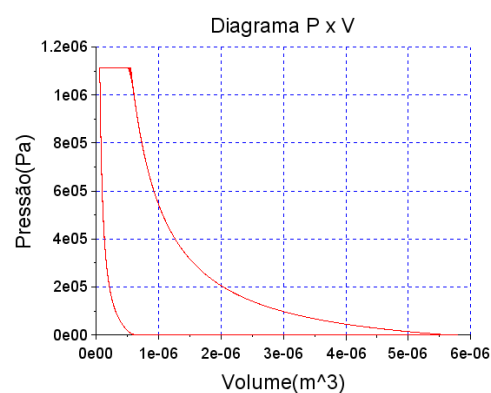
Figura 56a- Inclinação  $\delta_x$  da caixa internaFigura 56b- Inclinação  $\delta_y$  da caixa internaFigura 57a- Inclinação  $\delta_z$  da caixa interna

Figura 57b- Diagrama P x V compressor

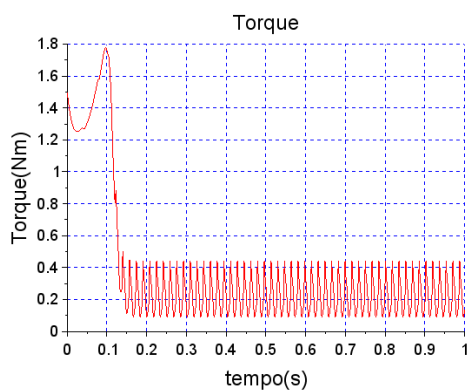


Figura 58a- Torque do motor

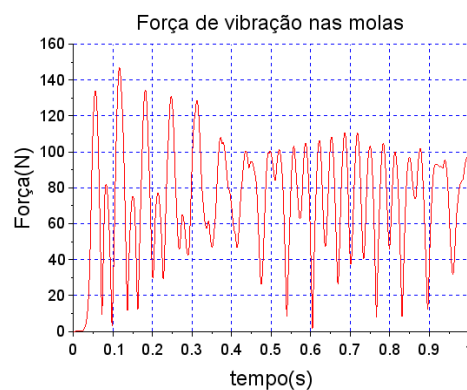


Figura 58b- Força de vibração nas molas

Da Figura 54a verifica-se que o motor atinge rapidamente, em torno de 0,12s, a rotação de operação, em torno da qual fica oscilando, o que é confirmado na sua curva de torque representada na Figura 58a. Dessa forma o período sob o qual o sistema encontra-se em rotações baixas, que poderiam excitar suas frequências naturais, é muito curto.

A Figura 58b representa a resultante das forças nas quatro molas, representam portanto, os esforços que são transmitidos para a carcaça externa. Verifica-se que é atingido um pico de 140N no início do movimento, depois a força oscila em valores entre 0 e 100N.

Conforme o esperado, não há movimento na direção vertical, a magnitude de  $10^{-17}$  pode ser proveniente de erro numérico do Scilab, já que é extremamente pequena. Nas direções X e Y porém, ocorre o movimento alternado do sistema com uma amplitude de aproximadamente 5mm, conforme Figura 54b e Figura 55a. Vale destacar que praticamente não há defasagem no movimentos nessas direções, e o movimento no plano XY pode ser visto na Figura 59.

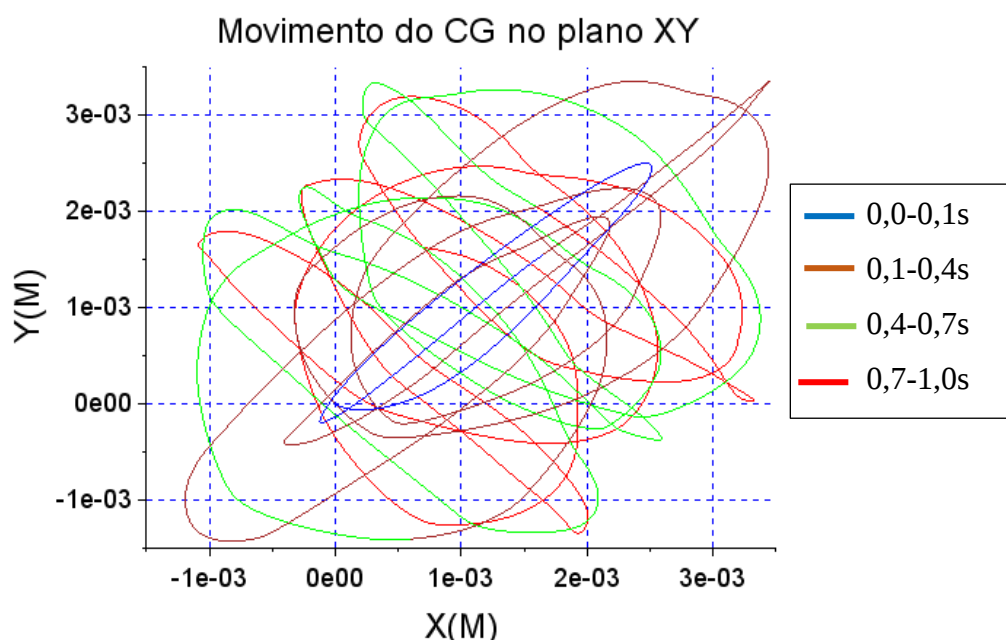


Figura 59- Movimento do CG no plano XY

A figura acima distingue o movimento do CG no plano XY em 4 diferentes intervalos de tempo para melhor compreensão do movimento. Em azul está o movimento nos 0,1s iniciais, caracterizado por movimentos em X de magnitude parecida com os movimentos em Y e de baixa amplitude. No trecho seguinte, em marrom, ocorrem as maiores amplitudes também em torno da reta  $Y=X$  porém com um maior afastamento. No trecho verde ocorre um grande afastamento dessa reta e grande amplitude de movimento. Já no trecho vermelho a trajetória continua distante da reta, porém reduz sua amplitude.

No que diz respeito aos movimentos angulares, é possível identificar movimentação oposta em relação aos eixos X e Y, quando  $\delta_X$  tem seu máximo,  $\delta_Y$  tem seu mínimo, conforme Figura 56a e Figura 56b. Ambos os movimentos possuem uma amplitude da ordem 8 graus. Já o movimento de torção do sistema apresenta um comportamento distinto, além de possuir uma amplitude menor, de cerca de 2 graus, possui um batimento, reduzindo bastante sua amplitude em intervalo de tempo regulares. Tal fenômeno pode ser visto na Figura 57a.

Será analisado agora o tempo necessário para que o sistema entre em regime. Será verificado, portanto, o coeficiente de amortecimento das molas.

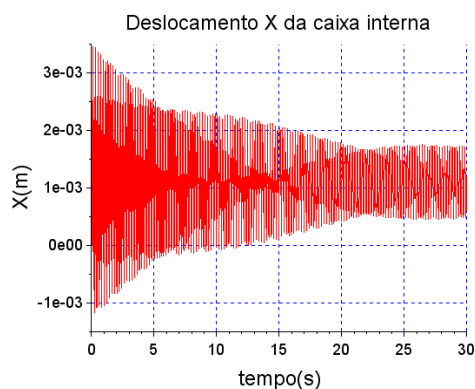


Figura 60a- Decaimento da amplitude em X

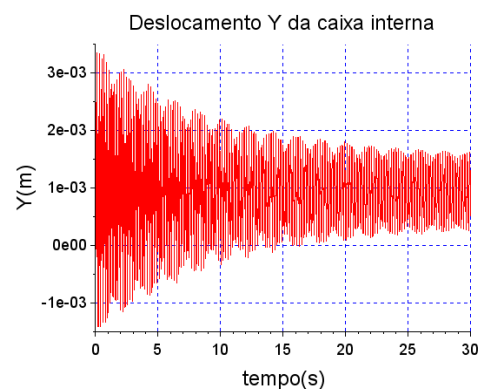


Figura 60b- Decaimento da amplitude em Y

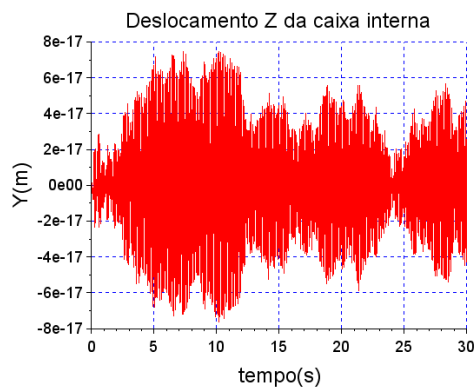


Figura 61a- Decaimento da amplitude em Z

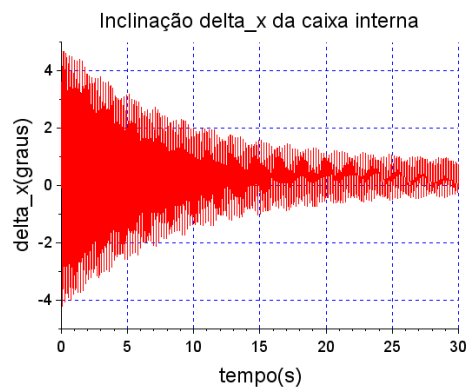
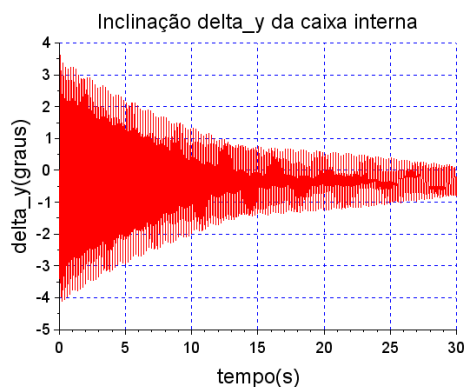
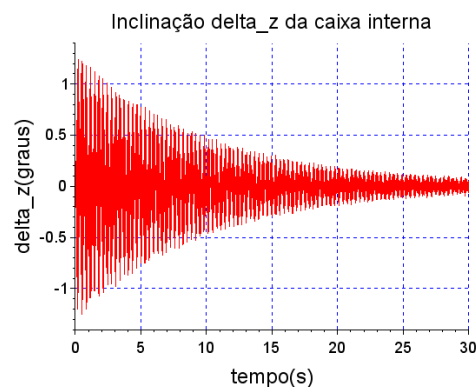


Figura 61b- Decaimento da amplitude  $\delta_X$

Figura 62a- Decaimento da amplitude  $\delta_y$ Figura 62b- Decaimento da amplitude  $\delta_z$ 

Do conjunto de gráficos acima é possível ver que, conforme o esperado, o amortecimento presente nas molas é baixo, já que após de 30s o sistema ainda não chegou à operação de regime, embora os deslocamentos lineares já tenham estabilizado. Vale ressaltar que o comportamento na direção vertical é decorrente apenas de erros numéricos, já que não há movimento nessa direção. Tanto o movimento na direção X quanto na direção Y estão deslocados em relação a origem devido à ausência de simetria no carregamento aplicado pelo pistão. Durante a compressão o esforço é muito superior ao decorrente da expansão, desse modo há um deslocamento do ponto de equilíbrio do sistema. Depois de passados 30s a amplitude de deslocamento linear do sistema passa a ser da ordem de 1,2mm, enquanto a amplitude angular corresponde a  $1,5^\circ$ , e a torção assume  $0,15^\circ$ .

## 6.1 Análise Paramétrica

Será feita agora uma análise da influência de alguns parâmetros no comportamento do sistema. Alterando-se a constante elástica das molas verifica-se o comportamento indicado nas figuras 63 a 66.

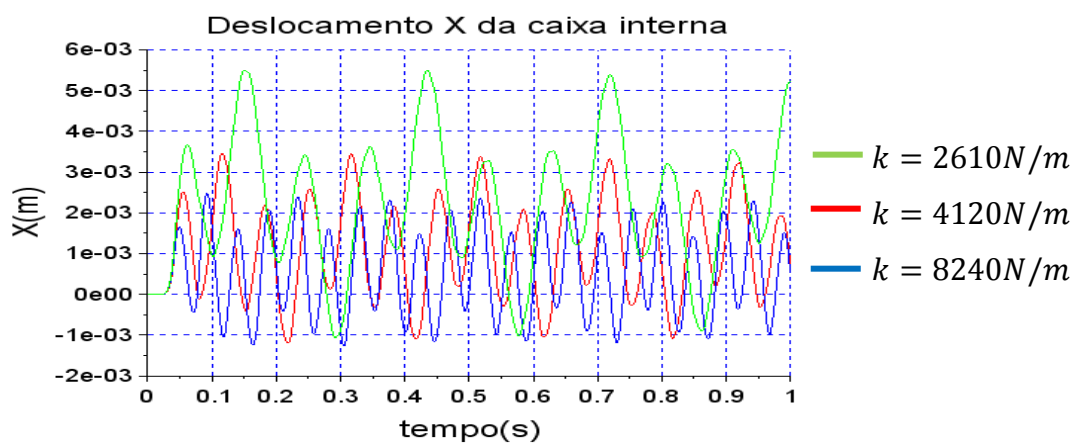


Figura 63- Variação do deslocamento linear em função da rigidez das molas

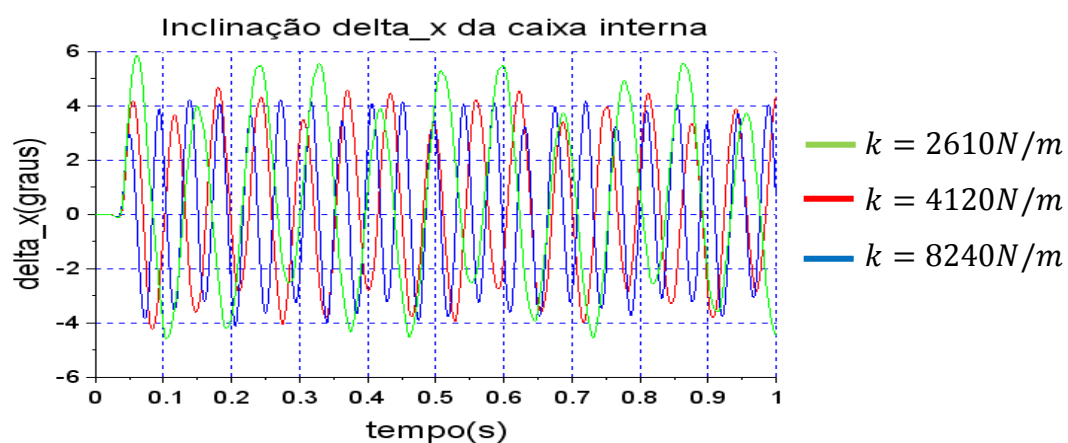


Figura 64- Variação do deslocamento angular em função da rigidez das molas

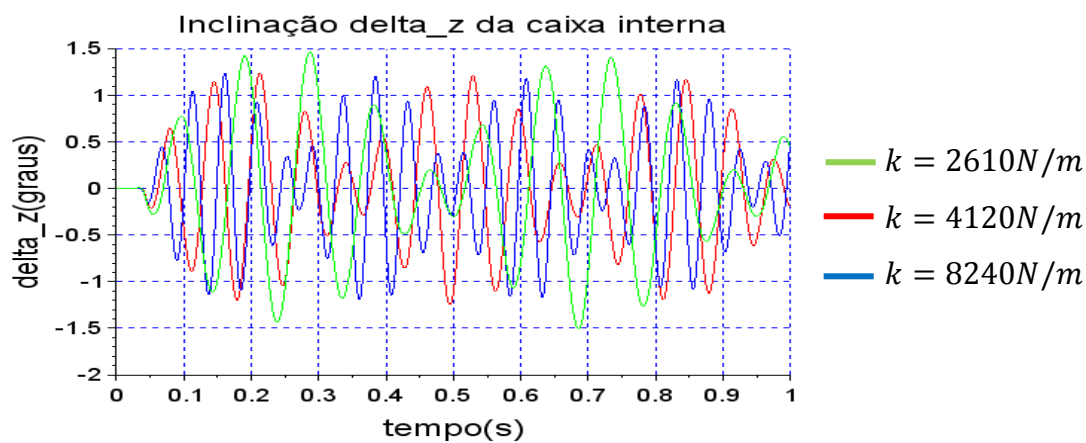


Figura 65- Variação do deslocamento torcional em função da rigidez das molas

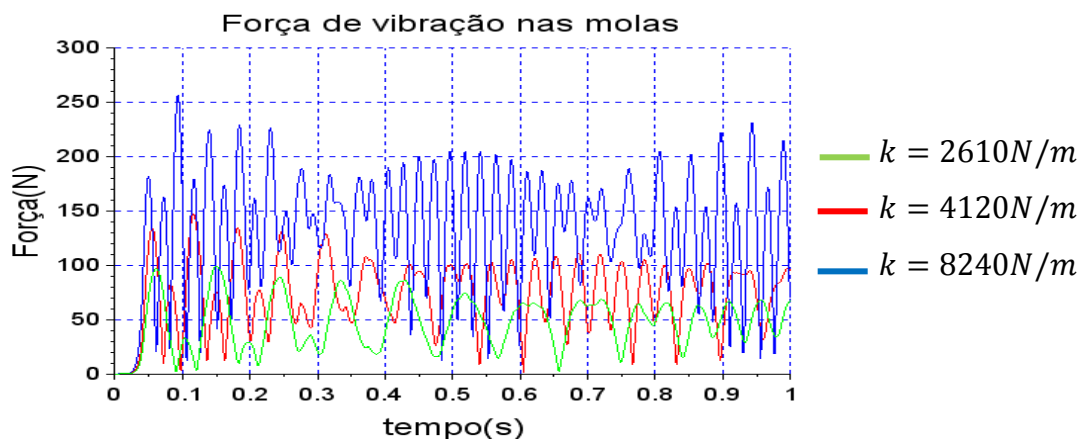


Figura 66- Variação do esforço transmitido a carcaça em função da rigidez das molas

Conforme o esperado, uma mola mais rígida resulta em um menor deslocamento do corpo do compressor, porém a frequência de oscilação do sistema aumenta. Tanto em termos de deslocamento linear, Figura 63, quanto de deslocamento angular, Figura 61, e de deslocamento torcional, Figura 65, verificou-se a redução de amplitude e aumento da frequência de oscilação. Já a mola menos rígida resulta em comportamento oposto, maior amplitude de oscilação da carcaça e menor frequência de oscilação.

Porém, no que tange as forças transmitidas à carcaça, o aumento da rigidez intensifica os esforços transmitidos, já a redução da rigidez atenua tais esforços. Dessa forma, o simples aumento de rigidez pode não ser a solução mais adequada para o sistema. Vale lembrar que o aumento demasiado da rigidez do sistema também elevará as frequências naturais do sistema, o que pode fazer com que a frequência de operação passe a excitar tais modos de vibração livre do sistema.

É possível analisar o comportamento do sistema caso fossem utilizados os mesmos coxins da parte externa, que liga a carcaça ao resto do equipamento de refrigeração, na parte interna ao invés das molas. Os parâmetros dos coxins, fornecidos pela empresa TECUMSEH, são dados na tabela abaixo:

Tabela 7- Propriedades dos coxins Fonte:TECUMSEH

| Nome                                | Parâmetro | Valor | Unidade |
|-------------------------------------|-----------|-------|---------|
| Rigidez do coxim                    | $k_c$     | 5670  | N/m     |
| Constante de amortecimento do coxim | $c_c$     | 28.2  | Ns/m    |

Os resultados da simulação estão indicados nas figuras abaixo:

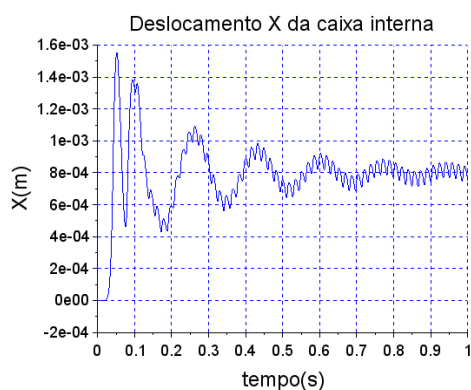


Figura 67a- Deslocamento em X com coxins

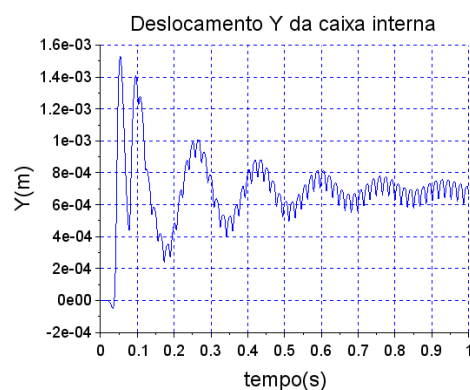


Figura 67b- Deslocamento em Y com coxins

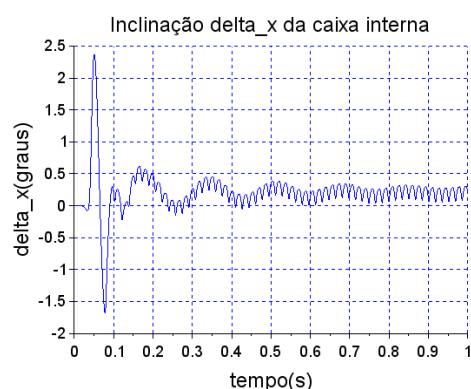


Figura 68a- Deslocamento  $\delta_X$  com coxins

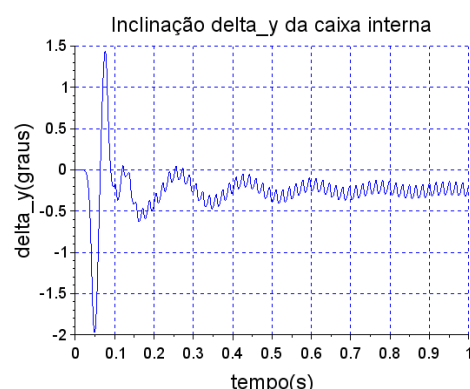


Figura 68b- Deslocamento  $\delta_Y$  com coxins

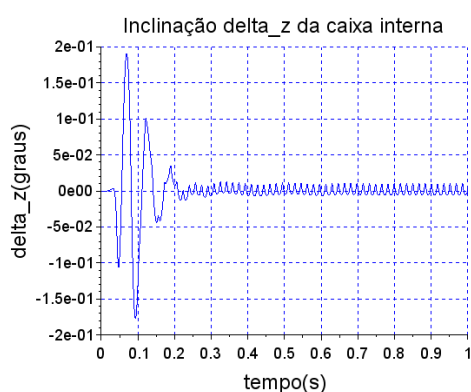


Figura 69a- Deslocamento  $\delta_Z$  com coxins

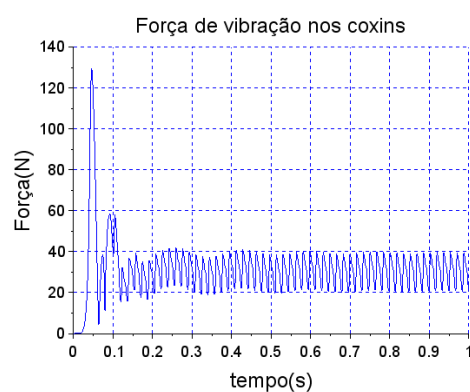


Figura 69b- Força de vibração com coxins

Do conjunto de gráficos acima é possível perceber que o amortecimento dos coxins reduz a amplitude do movimento de forma muito rápida, em menos de 1s o sistema já se encontra próximo do regime, muito diferente do comportamento observado com a mola. A amplitude inicial também é reduzida devido à maior rigidez do coxim, o sistema apresenta apenas 1,6mm de oscilação linear máxima, conforme as

figuras 67a e 67b, muito menos do que os cerca de 5mm do sistema original. O comportamento vertical não foi apresentado por ser apenas devido a erro numérico conforme muitas vezes mencionado.

No que diz respeito aos movimentos angulares, suas amplitudes foram amortecidas ainda mais rapidamente, apresentando um pico no início do movimento e amplitudes muito pequenas em  $t=1s$ . As forças transmitidas à carcaça também foram rapidamente amortecidas e oscilam entre 20N e 40N, com um pico de 130N no início do movimento, conforme Figura 69b.

## 7. CONCLUSÕES

Foi desenvolvido nesse trabalho um modelo de 7 graus de liberdade de um compressor hermético tipicamente utilizado em ciclos de refrigeração. Tanto o sistema pistão biela-manivela quanto a caixa interna do compressor foram modelados, enquanto a carcaça foi considerada fixa. Os resultados obtidos na análise modal do sistema apontaram para frequências naturais baixas, sendo a frequência do sexto modo correspondente a 15,82 Hz (99,41 rad/s ou 949,2 RPM). Dessa forma a condição de operação do compressor estudado (3456 RPM) não excita tais modos. Os modos acoplam todos os movimentos da caixa interna menos o vertical, que não ocorre durante o funcionamento do compressor. Porém há um maior acoplamento entre os deslocamentos X e  $\delta_Y$  (1º e 5º modos), Y e  $\delta_X$  (2º modo),  $\delta_X$  e  $\delta_Z$  (4º e 6º modos).

Foi feita a simulação da partida de um compressor hermético da empresa Tecumseh que forneceu os dados necessários para a simulação do sistema. Nessa simulação verificou-se as amplitudes de todos os deslocamentos bem como a força transmitida para a carcaça. Foi possível perceber o correto funcionamento do modelo, que forneceu resultados coerentes e comportamentos esperados para todos os casos simulados. Foi possível realizar uma análise paramétrica por meio da variação na rigidez das molas que resultou em menores amplitudes de vibração, porém maiores forças de vibração para molas mais rígidas, conforme o esperado.

Também se verificou a hipótese de trocar as molas internas pelos mesmos coxins utilizados na parte externa do compressor. Conforme o esperado, o elevado amortecimento dos coxins resulta em um rápido decaimento dos movimentos da parte interna bem como da força transmitida. Tal fenômeno corresponderia a uma situação desejada em termos de otimização da vibração. A escolha das molas ao invés de coxins pode ser decorrente das altas temperaturas da parte interna, bem como a interação com o óleo de lubrificação, características geométricas do compressor e custo.

O modelo elaborado nesse trabalho permite uma boa representação da vibração da parte interna de um compressor hermético, sendo possível simular diversos modelos diferentes de compressores com trocas rápidas de parâmetros e analisar diversas características do sistema.

## 8. FUTUROS TRABALHOS

A continuação desse trabalho consistiria na modelagem da carcaça do compressor, não considerando mais esta como fixa. Dessa forma, o sistema possuiria 6 graus de liberdade adicionais, totalizando 13 diferentes coordenadas generalizadas. Tal modelagem permitiria uma melhor análise da vibração do compressor como um todo e a identificação de mais parâmetros relevantes para o comportamento do sistema. Nesse caso, o sistema possuiria tanto molas na parte interna quanto coxins na parte externa. O amortecimento nesse trabalho foi considerado constante, em um trabalho futuro poderia ser considerada a sua variação em função da frequência por se tratar de amortecimento por histerese.

Com o sistema de 13 graus de liberdade seria possível determinar as forças transmitidas ao resto do equipamento de refrigeração e, portanto, seria possível analisar o nível de isolamento que o sistema de suspensão do compressor é capaz de fornecer.

É interessante também estudar com maiores detalhes o sistema pistão biela-manivela, que nesse estudo foi bastante simplificado, com o intuito de obter uma resposta do sistema de 7 graus de liberdade sem uma modelagem demasiada extensa. É possível considerar a presença de mancais hidrodinâmicos no sistema, ou seja, ocorrer uma mudança na posição do centro de rotação dos eixos do mecanismo. Ainda deveriam ser levados em conta os efeitos de pressão hidrodinâmica do filme de óleo para o cálculo das reações nos apoios.

Outro possível trabalho consistiria em admitir que alguns elementos, além das molas e dos coxins, possuem flexibilidade tais como a biela e o eixo vertical. Vibrações adicionais seriam criadas a partir de tais movimentações estruturais e poderia ser de interesse investigá-las.

As pressões máximas e mínimas nesse trabalho foram consideradas constantes, ou seja, não foram consideradas as dinâmicas das válvulas de sucção e descarga. Dessa forma poderia ser analisado o impacto de tal efeito no sistema como um todo.

Tais estudos correspondem a possíveis trabalhos que aprofundariam a compreensão do problema estudado, as vibrações de um compressor hermético.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASM HANDBOOK – Vol. 18: **Friction, Lubrification and Wear Technology**. 1992

BORGNAKKE, C; SONNTAG, R. E. **Fundamentos da Termodinâmica**. 8ª ed. São Paulo: Blucher 2013. 728 p.

CAPITAL REFRIGERAÇÃO. **Especificações Compressor Embraco NE 9213 GK**. Disponível em: [http://www.capitalrefrig.com.br/custom/316/uploads/product/file\\_54da0680bda61.pdf](http://www.capitalrefrig.com.br/custom/316/uploads/product/file_54da0680bda61.pdf) Acesso em: 3 mai. 2017

CARMO, M. G. V. **Fluxo de energia vibratória do conjunto moto-compressor para a carcaça de um compressor hermético através das molas de suspensão**. Florianópolis, 2001. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina

FRANCESCO, A; VITTORIO, B. **Hermetic motor-compressor unit with a restraining member for the lower part of the drive-shaft**. Whirpool, Itália, IT nº PI EP0524552 A1. 22 jul 1991; 27 jan 1993

HEYWOOD, J. B. **Internal Combustion Engine Fundamentals**. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1988. 930 p.

LG. **LG Refrigeration Compressors**. Disponível em: [http://www.lg.com/in/refrigerator-compressors/Images/LG\\_Refrigerator\\_Compressor\\_Catalogue.pdf](http://www.lg.com/in/refrigerator-compressors/Images/LG_Refrigerator_Compressor_Catalogue.pdf). Acesso em: 1 out. 2017

MACGNAN, M. H. **Compressores parte 1**. Disponível em: [http://professor.unisinos.br/mhmac/Refrigeracao/CAP4\\_REF\\_2015\\_v1.pdf](http://professor.unisinos.br/mhmac/Refrigeracao/CAP4_REF_2015_v1.pdf). Acesso em: 2 mai. 2017

MARTINELLI JR, L. C. **Refrigeração e ar condicionado parte III Compressores.** Disponível em: <[http://wiki.sj.ifsc.edu.br/wiki/images/b/b4/RAC\\_III.pdf](http://wiki.sj.ifsc.edu.br/wiki/images/b/b4/RAC_III.pdf)> Acesso em: 2 mai. 2017

MIX MANUTENÇÃO. **Compressor parafuso rotativo- funcionamento e utilização.** Disponível em: <<http://mixmanutencao.com.br/compressores/compressor-parafuso>> Acesso em: 3 mai. 2017

NETO, J. E. & RARR, V. **Determinação da Rotação.** Disponível em: <<https://biztechbrz.wordpress.com/2012/03/11/determinacao-da-rotacao/>>. Acesso em: 4 dez. 2016.

PEREIRA, A. **Sistema de Ar Condicionado.** Disponível em: <<http://antoniopereira.xtecnologias.com/tag/ar-condicionado/>>. Acesso em 30/04/2017

PROFITO, Francisco José. **Modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação aplicada a superfícies texturizadas.** São Paulo, 2010. Dissertação de mestrado – Escola Politécnica da USP.

REFRIGÁS. **Compressor Embraco NE 9213 GK.** Disponível em: <<http://www.refrigas.com.br/produtoDetalhes?prodID=206&produto=COMPRESSOR-3/4-HP-NE9213E-220V-R22>> Acesso em: 3 mai. 2017

SABATO, Renato Augusto Frey. **Simulação do sistema pistão-biela-manivela com mancais hidrodinâmicos curtos em um compressor alternativo.** São Paulo, 2010. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola Politécnica da USP.

SOTOMAYOR, P. O. **Caracterização e Simulação de Compressores Alternativos Utilizando Fluidos com Baixo Potencial de Aquecimento Global.** Rio de Janeiro, 2013. Dissertação de doutorado – PUC-RIO

TECUMSEH. **Parâmetros de um compressor hermético para equipamentos de refrigeração.** São Carlos, São Paulo.

UNICAMP. **Compressores Alternativos.** Disponível em:  
<<http://www.fem.unicamp.br/~em672/Aulas%2015-16%20-2003%20-%20compressores%20alternativos.pdf>>. Acesso em: 11 mai. 2017

## APÊNDICE

Programa utilizado em Scilab:

```
//Inicialização
clear()
xdel(winsid())
//Modelagem compressor(7 graus de liberdade)
//Parâmetros
Jm=405.2*10^(-6)//Inércia da manivela
r=7.25*0.001//Comprimento da manivela
L=40.475*0.001//Comprimento da biela
w=(3456*2*%pi)/60//Rotação máxima do motor
mi=0.01//Coeficiente de atrito estático
mp=0.026//Massa do pistão
M=4.225//Massa da caixa interna menos pistão
Me=0.940//Massa do eixo
km=4120//Rigidez da mola
cm=0.1//Amortecimento da mola
Leixo=70*0.001//Comprimento do eixo vertical

//Momentos de inércia da caixa interna
Jx=8565.5*10^(-6)
Jxy=15.6*10^(-6)
Jxz=659.8*10^(-6)
Jy=9830.7*10^(-6)
Jyz=12.2*10^(-6)
Jz=9623.42*10^(-6)

//Momentos de inércia do eixo vertical
Ix=(Me*Leixo^2)/12
Iy=(Me*Leixo^2)/12

//Distâncias das molas internas
Lx=(47.773+34.777)*0.001/2
Ly=41.27*0.001
Lz=(92.467-43.308)*0.001

//Distâncias no eixo vertical
Lm=31.312*0.001/2
Le=56.525*0.001

T0=5//Torque inicial (Para simulação de torque linear)
P_max=12*101325//Pressão de compressão
P_min=0.97*101325//Pressão de sucção
P_atm=1*101325//Pressão atmosférica
rp=11.223*0.001//Raio do pistão
V_max=5.74*10^(-6)//Volume máximo
V0=V_max*0.01//Volume mínimo
k=1.07//Coeficiente adiabático do gás
V_E=V_max*(P_min/P_max)^(1/k)//Volume abertura da válvula de escape
V_A=V0*(P_max/P_min)^(1/k)//Volume abertura da válvula de admissão

//Matrizes de rigidez e massa
MM=[M+Me 0 0 0 0;0 M+Me 0 0 0;0 0 M+Me 0 0;0 0 0 Jx+Ix Jxy Jxz;0 0 0 Jxy Jy+Iy Jyz;0 0 0 Jxz Jyz
Jz]
KK=[4*km 0 0 0 -4*km*Lz 0;0 4*km 0 4*km*Lz 0 0;0 0 4*km 0 0 0;0 4*km*Lz 0 4*km*(Lz^2+Ly^2) 0 0;-
4*km*Lz 0 0 0 4*km*(Lz^2+Ly^2) 0;0 0 0 0 4*km*(Lz^2+Lx*Ly)]

//Condições iniciais e de simulação:
```

```

phi=3.1415//rad
phip=0//rad/s
xx=0//m
xyp=0//m/s
yy=0//m
yyp=0//m/s
zz=0//m
zyp=0//m/s
delta_x=0//rad
delta_xp=0//rad/s
delta_y=0//rad
delta_yp=0//rad/s
delta_z=0//rad
delta_zp=0//rad/s

t0=0//tempo inicial
t=t0
dt=0.0001//intervalo de integração
tf=1//tempo final
tempo = t0:dt:tf//Pode ser necessário escrever tempo =t0:dt:tf-dt ou tempo =t0:dt:tf+dt para determinados
tempos de simulação
Lt=[]//Matriz para coleta de dados
Lp=[]//Matriz para coleta de dados
C=(r/L)^2
cont=1
ff=1//Fator de multiplicação de amplitude do motor elétrico
T=ff*(-1.72*10^(-14)*phip^6+1.35*10^(-11)*phip^5-3.83*10^(-9)*phip^4+3.94*10^(-7)*phip^3+2.47*10^(-
5)*phip^2-6.14*10^(-3)*phip+1.50)//Curva de torque do motor elétrico

```

//Simulação via RUNGE-KUTTA de sexta ordem:

```
while t<tf
```

```

    PHI=phi
    PHIP=phip
    XX=xx
    XXP=xyp
    YY=yy
    YYP=yyp
    ZZ=zz
    ZYP=zyp
    DELTA_X=delta_x
    DELTA_XP=delta_xp
    DELTA_Y=delta_y
    DELTA_YP=delta_yp
    DELTA_Z=delta_z
    DELTA_ZP=delta_zp

```

```

    A=(1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5
    B=sin(phi)*cos(phi)
    if sin(phi)<0 then
        sen=-sin(phi)
    else
        sen=sin(phi)
    end

```

//Termos que multiplicam phi 2 pontos:

```

M1=Jm

M2=(2*mp*r*L*C*sin(phi)*B)/A

M3=mp*r^2*(sin(phi))^2

```

```

M4=(mp*r^2*C*B^2)/(A^2)

M5=-(mi/L)*Jm*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Termos em função apenas de phi e phi ponto:

N1=-1*((2*mp*r*L*C)/A^2)*((2*B*phip^2-phip^2*(sin(phi))^3)*A+(phip^2*sin(phi)*B^2*C)/A))

N2=-1*(mp*r^2*2*phip^2*B)

N3=-1*(((mp*r^2*C)/A^4)*(2*A^2*B*phip^2*cos(2*phi)+2*phip*B^3*C))

N4=mp*(-r*sin(phi)*phip-C*L*((B*phip)/A))*(-r*phip*cos(phi)+(-C*L*(phip*cos(2*phi))*A-
((phip*B^2*C^2*L)/A))/A^2)

N5=T

N6=-(mi/L)*T*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Posição x

x=L*A+r*cos(phi)

//Velocidade xp

xp=-r*phip*sin(phi)-C*L*((phip*B)/A)

//Volume

V=V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2)

//Cálculo da força de pressão do ar

c=((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k)
if c<1 then
  c=1
end

F_ar1=(P_min-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar2=%pi*rp^2*(P_min*(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)
F_ar3=(P_max-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar4=%pi*rp^2*(P_max*(((V0)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)

n=floor(phi/(2*%pi))

if phi<%pi+2*n*%pi then
  if V<V_A then
    F=F_ar4
    i=1
  else
    F=F_ar1
    i=2
  end
else
  if V>V_E then
    F=F_ar2
    i=3
  else
    F=F_ar3
    i=4
  end
end
end

```

```

G=r*sin(phi)+(r^2/L)*((sin(phi)*cos(phi))/((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5))

N7=F*G

phi2p=(N1+N2+N3+N4+N5+N6+N7)/(M1+M2+M3+M4+M5)

//Força transmitida pela biela

Fb=(-Jm*phi2p+T)/r

//Montagem das matrizes para a solução da caixa interna AA[X2p]+B=0

a11 = M+Me
a12 = 0
a13 = 0
a14 = 0
a15 = 0
a16 = 0
a21 = 0
a22 = M+Me
a23 = 0
a24 = 0
a25 = 0
a26 = 0
a31 = 0
a32 = 0
a33 = M+Me
a34 = 0
a35 = 0
a36 = 0
a41 = 0
a42 = 0
a43 = 0
a44 = Jx+Ix
a45 = Jxy
a46 = Jxz
a51 = 0
a52 = 0
a53 = 0
a54 = Jxy
a55 = Jy+Iy
a56 = Jyz
a61 = 0
a62 = 0
a63 = 0
a64 = Jxz
a65 = Jxy
a66 = Jz

u1 = Fb*sin(phi) + 4*km*(xx-delta_y*Lz) + 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)
u2 = -Fb*cos(phi) + 4*km*(yy+delta_x*Lz) + 4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)
u3 = 4*km*zz + 4*cm*zzp
u4 = -Jxy*delta_xp*delta_zp - Jy*delta_yp*delta_zp - Jyz*delta_zp^2 + Jxz*delta_xp*delta_yp +
Jxy*delta_yp^2 + Jz*delta_yp*delta_zp - Fb*cos(phi)*Le + 4*km*(yy+delta_x*Lz)*Lz + 4*km*delta_x*Ly^2 +
4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_xp*Ly^2
u5 = Jx*delta_xp*delta_zp + Jxy*delta_yp*delta_zp + Jxz*delta_zp^2 - Jxz*delta_xp^2 -
Jxy*delta_yp*delta_xp - Jz*delta_xp*delta_zp - Fb*sin(phi)*Le - 4*km*(xx-delta_y*Lz)*Lz +
4*km*delta_y*Lx^2 - 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_yp*Lx^2
u6 = - Jx*delta_xp*delta_yp - Jxy*delta_yp^2 - Jxz*delta_zp*delta_yp + Jxy*delta_xp^2 +
Jy*delta_xp*delta_yp + Jyz*delta_yp*delta_xp + 4*km*delta_z*Ly^2 + 4*km*delta_z*Lx*Lz +
4*cm*delta_zp*Ly^2 + 4*cm*delta_zp*Lx*Lz

```

```
AA = [a11 a12 a13 a14 a15 a16;a21 a22 a23 a24 a25 a26;a31 a32 a33 a34 a35 a36;a41 a42 a43 a44 a45
a46;a51 a52 a53 a54 a55 a56;a61 a62 a63 a64 a65 a66]
```

```
BB = [u1;u2;u3;u4;u5;u6]
```

```
PP = linsolve(AA,BB)
```

```
//Cálculo das acelerações:
```

```
xx2p = PP(1)
yy2p = PP(2)
zz2p = PP(3)
delta_x2p = PP(4)
delta_y2p = PP(5)
delta_z2p = PP(6)
```

```
//Runge-Kutta:
```

```
K1phi=phi2p
q1phi=phip
K1xx=xx2p
q1xx=xxp
K1yy=yy2p
q1yy=yyvsp
K1zz=zz2p
q1zz=zzp
K1delta_x=delta_x2p
q1delta_x=delta_xp
K1delta_y=delta_y2p
q1delta_y=delta_yp
K1delta_z=delta_z2p
q1delta_z=delta_zp
```

```
phi = PHI + (dt/4)*q1phi
phip = PHIP + (dt/4)*K1phi
xx = XX + (dt/4)*q1xx
xxp = XXP + (dt/4)*K1xx
yy = YY + (dt/4)*q1yy
yyvsp = YYP + (dt/4)*K1yy
zz = ZZ + (dt/4)*q1zz
zzp = Zzp + (dt/4)*K1zz
delta_x = DELTA_X + (dt/4)*q1delta_x
delta_xp = DELTA_XP + (dt/4)*K1delta_x
delta_y = DELTA_Y + (dt/4)*q1delta_y
delta_yp = DELTA_YP + (dt/4)*K1delta_y
delta_z = DELTA_Z + (dt/4)*q1delta_z
delta_zp = DELTA_ZP + (dt/4)*K1delta_z
```

```
T=ff*(-1.72*10^(-14)*phip^6+1.35*10^(-11)*phip^5-3.83*10^(-9)*phip^4+3.94*10^(-7)*phip^3+2.47*10^(-
5)*phip^2-6.14*10^(-3)*phip+1.50)//Curva de torque do motor elétrico
```

```
A=(1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5
B=sin(phi)*cos(phi)
if sin(phi)<0 then
    sen=-sin(phi)
else
    sen=sin(phi)
end
```

```
//Termos que multiplicam phi 2 pontos:
```

```
M1=Jm
```

```
M2=(2*mp*r*L*C*sin(phi)*B)/A
```

```
M3=mp*r^2*(sin(phi))^2
```

```

M4=(mp*r^2*C*B^2)/(A^2)

M5=-(mi/L)*Jm*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Termos em função apenas de phi e phi ponto:

N1=-1*((2*mp*r*L*C)/A^2)*((2*B*phip^2-phip^2*(sin(phi))^3)*A+(phip^2*sin(phi)*B^2*C)/A))

N2=-1*(mp*r^2*2*phip^2*B)

N3=-1*(((mp*r^2*C)/A^4)*(2*A^2*B*phip^2*cos(2*phi)+2*phip*B^3*C))

N4=mp*(-r*sin(phi)*phip-C*L*((B*phip)/A))*(-r*phip*cos(phi)+(-C*L*(phip*cos(2*phi))*A-
((phip*B^2*C^2*L)/A))/A^2)

N5=T

N6=-(mi/L)*T*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Posição x

x=L*A+r*cos(phi)

//Velocidade xp

xp=-r*phip*sin(phi)-C*L*((phip*B)/A)

//Volume

V=V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2)

//Cálculo da força de pressão do ar

c=(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))
if c<1 then
    c=1
end

F_ar1=(P_min-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar2=%pi*rp^2*(P_min*(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)
F_ar3=(P_max-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar4=%pi*rp^2*(P_max*(((V0)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)

n=floor(phi/(2*%pi))

if phi<%pi+2*n*%pi then
    if V<V_A then
        F=F_ar4
        i=1
    else
        F=F_ar1
        i=2
    end
else
    if V>V_E then
        F=F_ar2
        i=3
    else
        F=F_ar3
        i=4
    end
end
end

```

```

G=r*sin(phi)+(r^2/L)*((sin(phi)*cos(phi))/((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5))

N7=F*G

phi2p=(N1+N2+N3+N4+N5+N6+N7)/(M1+M2+M3+M4+M5)

//Força transmitida pela biela

Fb=(-Jm*phi2p+T)/r

//Montagem das matrizes para a solução da caixa interna AA[X2p]+B=0

a11 = M+Me
a12 = 0
a13 = 0
a14 = 0
a15 = 0
a16 = 0
a21 = 0
a22 = M+Me
a23 = 0
a24 = 0
a25 = 0
a26 = 0
a31 = 0
a32 = 0
a33 = M+Me
a34 = 0
a35 = 0
a36 = 0
a41 = 0
a42 = 0
a43 = 0
a44 = Jx+Ix
a45 = Jxy
a46 = Jxz
a51 = 0
a52 = 0
a53 = 0
a54 = Jxy
a55 = Jy+Iy
a56 = Jyz
a61 = 0
a62 = 0
a63 = 0
a64 = Jxz
a65 = Jxy
a66 = Jz

u1 = Fb*sin(phi) + 4*km*(xx-delta_y*Lz) + 4*cm*(xsp-delta_yp*Lz)
u2 = -Fb*cos(phi) + 4*km*(yy+delta_x*Lz) + 4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)
u3 = 4*km*zz + 4*cm*zzp
u4 = -Jxy*delta_xp*delta_zp - Jy*delta_yp*delta_zp - Jyz*delta_zp^2 + Jxz*delta_xp*delta_yp +
Jxy*delta_yp^2 + Jz*delta_yp*delta_zp - Fb*cos(phi)*Le + 4*km*(yy+delta_x*Lz)*Lz + 4*km*delta_x*Ly^2 +
4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_xp*Ly^2
u5 = Jx*delta_xp*delta_zp + Jxy*delta_yp*delta_zp + Jxz*delta_zp^2 - Jxz*delta_xp^2 -
Jxy*delta_yp*delta_xp - Jz*delta_xp*delta_zp - Fb*sin(phi)*Le - 4*km*(xx-delta_y*Lz)*Lz +
4*km*delta_y*Lx^2 - 4*cm*(xsp-delta_yp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_yp*Lx^2
u6 = - Jx*delta_xp*delta_yp - Jxy*delta_yp^2 - Jxz*delta_zp*delta_yp + Jxy*delta_xp^2 +
Jy*delta_xp*delta_yp + Jyz*delta_yp*delta_xp + 4*km*delta_z*Ly^2 + 4*km*delta_z*Lx*Lz +
4*cm*delta_zp*Ly^2 + 4*cm*delta_zp*Lx*Lz

```

```
AA = [a11 a12 a13 a14 a15 a16;a21 a22 a23 a24 a25 a26;a31 a32 a33 a34 a35 a36;a41 a42 a43 a44 a45
a46;a51 a52 a53 a54 a55 a56;a61 a62 a63 a64 a65 a66]
```

```
BB=[u1;u2;u3;u4;u5;u6]
```

```
PP = linsolve(AA,BB)
```

```
//Cálculo das acelerações:
```

```
xx2p = PP(1)
yy2p = PP(2)
zz2p = PP(3)
delta_x2p = PP(4)
delta_y2p = PP(5)
delta_z2p = PP(6)
```

```
//Runge-Kutta:
```

```
K2phi=phi2p
q2phi=phip
K2xx=xx2p
q2xx=xxp
K2yy=yy2p
q2yy=yyp
K2zz=zz2p
q2zz=zzp
K2delta_x=delta_x2p
q2delta_x=delta_xp
K2delta_y=delta_y2p
q2delta_y=delta_yp
K2delta_z=delta_z2p
q2delta_z=delta_zp
```

```
phi = PHI + (dt/8)*q1phi + (dt/8)*q2phi
phip = PHIP + (dt/8)*K1phi + (dt/8)*K2phi
xx = XX + (dt/8)*q1xx + (dt/8)*q2xx
xxp = XXP + (dt/8)*K1xx + (dt/8)*K2xx
yy = YY + (dt/8)*q1yy + (dt/8)*q2yy
yyp = YYP + (dt/8)*K1yy + (dt/8)*K2yy
zz = ZZ + (dt/8)*q1zz + (dt/8)*q2zz
zzp = ZYP + (dt/8)*K1zz + (dt/8)*K2zz
delta_x = DELTA_X + (dt/8)*q1delta_x + (dt/8)*q2delta_x
delta_xp = DELTA_XP + (dt/8)*K1delta_x + (dt/8)*K2delta_x
delta_y = DELTA_Y + (dt/8)*q1delta_y + (dt/8)*q2delta_y
delta_yp = DELTA_YP + (dt/8)*K1delta_y + (dt/8)*K2delta_y
delta_z = DELTA_Z + (dt/8)*q1delta_z + (dt/8)*q2delta_z
delta_zp = DELTA_ZP + (dt/8)*K1delta_z + (dt/8)*K2delta_z
```

```
T=ff*(-1.72*10^(-14)*phip^6+1.35*10^(-11)*phip^5-3.83*10^(-9)*phip^4+3.94*10^(-7)*phip^3+2.47*10^(-
5)*phip^2-6.14*10^(-3)*phip+1.50)//Curva de torque do motor
```

```
A=(1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5
B=sin(phi)*cos(phi)
if sin(phi)<0 then
    sen=-sin(phi)
else
    sen=sin(phi)
end
```

```
//Termos que multiplicam phi 2 pontos:
```

```
M1=Jm
```

```
M2=(2*mp*r*L*C*sin(phi)*B)/A
```

```
M3=mp*r^2*(sin(phi))^2
```

```

M4=(mp*r^2*C*B^2)/(A^2)

M5=-(mi/L)*Jm*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Termos em função apenas de phi e phi ponto:

N1=-1*(((2*mp*r*L*C)/A^2)*((2*B*phip^2-phip^2*(sin(phi))^3)*A+(phip^2*sin(phi)*B^2*C)/A))

N2=-1*(mp*r^2*2*phip^2*B)

N3=-1*(((mp*r^2*C)/A^4)*(2*A^2*B*phip^2*cos(2*phi)+2*phip*B^3*C))

N4=mp*(-r*sin(phi)*phip-C*L*((B*phip)/A))*(-r*phip*cos(phi)+(-C*L*(phip*cos(2*phi))*A-
((phip*B^2*C^2*L)/A))/A^2)

N5=T

N6=-(mi/L)*T*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Posição x

x=L*A+r*cos(phi)

//Velocidade xp

xp=-r*phip*sin(phi)-C*L*((phip*B)/A)

//Volume

V=V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2)

//Cálculo da força de pressão do ar

c=(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))
if c<1 then
  c=1
end

F_ar1=(P_min-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar2=%pi*rp^2*(P_min*(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)
F_ar3=(P_max-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar4=%pi*rp^2*(P_max*(((V0)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)

n=floor(phi/(2*%pi))

if phi<%pi+2*n*%pi then
  if V<V_A then
    F=F_ar4
    i=1
  else
    F=F_ar1
    i=2
  end
else
  if V>V_E then
    F=F_ar2
    i=3
  else
    F=F_ar3
    i=4
  end
end
end

```

```

G=r*sin(phi)+(r^2/L)*((sin(phi)*cos(phi))/((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5))

N7=F*G

phi2p=(N1+N2+N3+N4+N5+N6+N7)/(M1+M2+M3+M4+M5)

//Força transmitida pela biela

Fb=(-Jm*phi2p+T)/r

//Montagem das matrizes para a solução da caixa interna AA[X2p]+B=0

a11 = M+Me
a12 = 0
a13 = 0
a14 = 0
a15 = 0
a16 = 0
a21 = 0
a22 = M+Me
a23 = 0
a24 = 0
a25 = 0
a26 = 0
a31 = 0
a32 = 0
a33 = M+Me
a34 = 0
a35 = 0
a36 = 0
a41 = 0
a42 = 0
a43 = 0
a44 = Jx+Ix
a45 = Jxy
a46 = Jxz
a51 = 0
a52 = 0
a53 = 0
a54 = Jxy
a55 = Jy+Iy
a56 = Jyz
a61 = 0
a62 = 0
a63 = 0
a64 = Jxz
a65 = Jxy
a66 = Jz

u1 = Fb*sin(phi) + 4*km*(xx-delta_y*Lz) + 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)
u2 = -Fb*cos(phi) + 4*km*(yy+delta_x*Lz) + 4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)
u3 = 4*km*zz + 4*cm*zzp
u4 = -Jxy*delta_xp*delta_zp - Jy*delta_yp*delta_zp - Jyz*delta_zp^2 + Jxz*delta_xp*delta_yp +
Jxy*delta_yp^2 + Jz*delta_yp*delta_zp - Fb*cos(phi)*Le + 4*km*(yy+delta_x*Lz)*Lz + 4*km*delta_x*Ly^2 +
4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_xp*Ly^2
u5 = Jx*delta_xp*delta_zp + Jxy*delta_yp*delta_zp + Jxz*delta_zp^2 - Jxz*delta_xp^2 -
Jxy*delta_yp*delta_xp - Jz*delta_xp*delta_zp - Fb*sin(phi)*Le - 4*km*(xx-delta_y*Lz)*Lz +
4*km*delta_y*Lx^2 - 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_yp*Lx^2
u6 = - Jx*delta_xp*delta_yp - Jxy*delta_yp^2 - Jxz*delta_zp*delta_yp + Jxy*delta_xp^2 +
Jy*delta_xp*delta_yp + Jyz*delta_yp*delta_xp + 4*km*delta_z*Ly^2 + 4*km*delta_z*Lx*Lz +
4*cm*delta_zp*Ly^2 + 4*cm*delta_zp*Lx*Lz

```

```
AA = [a11 a12 a13 a14 a15 a16;a21 a22 a23 a24 a25 a26;a31 a32 a33 a34 a35 a36;a41 a42 a43 a44 a45
a46;a51 a52 a53 a54 a55 a56;a61 a62 a63 a64 a65 a66]
```

```
BB = [u1;u2;u3;u4;u5;u6]
```

```
PP = linsolve(AA,BB)
```

```
//Cálculo das acelerações:
```

```
xx2p = PP(1)
yy2p = PP(2)
zz2p = PP(3)
delta_x2p = PP(4)
delta_y2p = PP(5)
delta_z2p = PP(6)
```

```
//Runge-Kutta:
```

```
K3phi=phi2p
q3phi=phip
K3xx=xx2p
q3xx=xxp
K3yy=yy2p
q3yy=yy2p
```

```
K3zz=zz2p
q3zz=zzp
K3delta_x=delta_x2p
q3delta_x=delta_xp
K3delta_y=delta_y2p
q3delta_y=delta_yp
K3delta_z=delta_z2p
q3delta_z=delta_zp
```

```
phi = PHI - (dt/2)*q2phi + dt*q3phi
phip = PHIP - (dt/2)*K2phi + dt*K3phi
xx = XX - (dt/2)*q2xx + dt*q3xx
xxp = XXP - (dt/2)*K2xx + dt*K3xx
yy = YY - (dt/2)*q2yy + dt*q3yy
yyp = YYP - (dt/2)*K2yy + dt*K3yy
zz = ZZ - (dt/2)*q2zz + dt*q3zz
zzp = ZZZ - (dt/2)*K2zz + dt*K3zz
delta_x = DELTA_X - (dt/2)*q2delta_x + dt*q3delta_x
delta_xp = DELTA_XP - (dt/2)*K2delta_x + dt*K3delta_x
delta_y = DELTA_Y - (dt/2)*q2delta_y + dt*q3delta_y
delta_yp = DELTA_YP - (dt/2)*K2delta_y + dt*K3delta_y
delta_z = DELTA_Z - (dt/2)*q2delta_z + dt*q3delta_z
delta_zp = DELTA_ZP - (dt/2)*K2delta_z + dt*K3delta_z
```

```
T=ff*(-1.72*10^(-14)*phip^6+1.35*10^(-11)*phip^5-3.83*10^(-9)*phip^4+3.94*10^(-7)*phip^3+2.47*10^(-
5)*phip^2-6.14*10^(-3)*phip+1.50)//Curva de torque do motor
```

```
A=(1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5
B=sin(phi)*cos(phi)
if sin(phi)<0 then
    sen=-sin(phi)
else
    sen=sin(phi)
end
```

```
//Termos que multiplicam phi 2 pontos:
```

```
M1=Jm
```

```
M2=(2*mp*r*L*C*sin(phi)*B)/A
```

```

M3=mp*r^2*(sin(phi))^2

M4=(mp*r^2*C*B^2)/(A^2)

M5=-(mi/L)*Jm*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Termos em função apenas de phi e phi ponto:

N1=-1*(((2*mp*r*L*C)/A^2)*((2*B*phip^2-phip^2*(sin(phi))^3)*A+(phip^2*sin(phi)*B^2*C)/A))

N2=-1*(mp*r^2*2*phip^2*B)

N3=-1*(((mp*r^2*C)/A^4)*(2*A^2*B*phip^2*cos(2*phi)+2*phip*B^3*C))

N4=mp*(-r*sin(phi)*phip-C*L*((B*phip)/A))*(-r*phip*cos(phi)+(-C*L*(phip*cos(2*phi))*A-
((phip*B^2*C^2*L)/A))/A^2)

N5=T

N6=-(mi/L)*T*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Posição x

x=L*A+r*cos(phi)

//Velocidade xp

xp=-r*phip*sin(phi)-C*L*((phip*B)/A)

//Volume

V=V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2)

//Cálculo da força de pressão do ar

c=((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k)
if c<1 then
  c=1
end

F_ar1=(P_min-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar2=%pi*rp^2*(P_min*(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)
F_ar3=(P_max-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar4=%pi*rp^2*(P_max*(((V0)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)

n=floor(phi/(2*%pi))

if phi<%pi+2*n*%pi then
  if V<V_A then
    F=F_ar4
    i=1
  else
    F=F_ar1
    i=2
  end
else
  if V>V_E then
    F=F_ar2
    i=3
  else
    F=F_ar3
    i=4
  end
end
end

```

```

G=r*sin(phi)+(r^2/L)*((sin(phi)*cos(phi))/((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5))

N7=F*G

phi2p=(N1+N2+N3+N4+N5+N6+N7)/(M1+M2+M3+M4+M5)

//Força transmitida pela biela

Fb=(-Jm*phi2p+T)/r

//Montagem das matrizes para a solução da caixa interna AA[X2p]+B=0

a11 = M+Me
a12 = 0
a13 = 0
a14 = 0
a15 = 0
a16 = 0
a21 = 0
a22 = M+Me
a23 = 0
a24 = 0
a25 = 0
a26 = 0
a31 = 0
a32 = 0
a33 = M+Me
a34 = 0
a35 = 0
a36 = 0
a41 = 0
a42 = 0
a43 = 0
a44 = Jx+Ix
a45 = Jxy
a46 = Jxz
a51 = 0
a52 = 0
a53 = 0
a54 = Jxy
a55 = Jy+Iy
a56 = Jyz
a61 = 0
a62 = 0
a63 = 0
a64 = Jxz
a65 = Jxy
a66 = Jz

u1 = Fb*sin(phi) + 4*km*(xx-delta_y*Lz) + 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)
u2 = -Fb*cos(phi) + 4*km*(yy+delta_x*Lz) + 4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)
u3 = 4*km*zz + 4*cm*zzp
u4 = -Jxy*delta_xp*delta_zp - Jy*delta_yp*delta_zp - Jyz*delta_zp^2 + Jxz*delta_xp*delta_yp +
Jxy*delta_yp^2 + Jz*delta_yp*delta_zp - Fb*cos(phi)*Le + 4*km*(yy+delta_x*Lz)*Lz + 4*km*delta_x*Ly^2 +
4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_xp*Ly^2
u5 = Jx*delta_xp*delta_zp + Jxy*delta_yp*delta_zp + Jxz*delta_zp^2 - Jxz*delta_xp^2 -
Jxy*delta_yp*delta_xp - Jz*delta_xp*delta_zp - Fb*sin(phi)*Le - 4*km*(xx-delta_y*Lz)*Lz +
4*km*delta_y*Lx^2 - 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_yp*Lx^2
u6 = - Jx*delta_xp*delta_yp - Jxy*delta_yp^2 - Jxz*delta_zp*delta_yp + Jxy*delta_xp^2 +
Jy*delta_xp*delta_yp + Jyz*delta_yp*delta_xp + 4*km*delta_z*Ly^2 + 4*km*delta_z*Lx*Lz +
4*cm*delta_zp*Ly^2 + 4*cm*delta_zp*Lx*Lz

```

```

AA = [a11 a12 a13 a14 a15 a16;a21 a22 a23 a24 a25 a26;a31 a32 a33 a34 a35 a36;a41 a42 a43 a44 a45
a46;a51 a52 a53 a54 a55 a56;a61 a62 a63 a64 a65 a66]
BB = [u1;u2;u3;u4;u5;u6]
PP = linsolve(AA,BB)

```

*//Cálculo das acelerações:*

```

xx2p = PP(1)
yy2p = PP(2)
zz2p = PP(3)
delta_x2p = PP(4)
delta_y2p = PP(5)
delta_z2p = PP(6)

```

*//Runge-Kutta:*

```

K4phi=phi2p
q4phi=phip
K4xx=xx2p
q4xx=xxp
K4yy=yy2p
q4yy=yy2p
K4zz=zz2p
q4zz=zzp
K4delta_x=delta_x2p
q4delta_x=delta_xp
K4delta_y=delta_y2p
q4delta_y=delta_yp
K4delta_z=delta_z2p
q4delta_z=delta_zp

```

```

phi = PHI + (3/16)*dt*q1phi + (9/16)*dt*q4phi
phip = PHIP + (3/16)*dt*K1phi + (9/16)*dt*K4phi
xx = XX + (3/16)*dt*q1xx + (9/16)*dt*q4xx
xxp = XXP + (3/16)*dt*K1xx + (9/16)*dt*K4xx
yy = YY + (3/16)*dt*q1yy + (9/16)*dt*q4yy
yyp = YYP + (3/16)*dt*K1yy + (9/16)*dt*K4yy
zz = ZZ + (3/16)*dt*q1zz + (9/16)*dt*q4zz
zzp = ZYP + (3/16)*dt*K1zz + (9/16)*dt*K4zz
delta_x = DELTA_X + (3/16)*dt*q1delta_x + (9/16)*dt*q4delta_x
delta_xp = DELTA_XP + (3/16)*dt*K1delta_x + (9/16)*dt*K4delta_x
delta_y = DELTA_Y + (3/16)*dt*q1delta_y + (9/16)*dt*q4delta_y
delta_yp = DELTA_YP + (3/16)*dt*K1delta_y + (9/16)*dt*K4delta_y
delta_z = DELTA_Z + (3/16)*dt*q1delta_z + (9/16)*dt*q4delta_z
delta_zp = DELTA_ZP + (3/16)*dt*K1delta_z + (9/16)*dt*K4delta_z

```

```

T=ff*(-1.72*10^(-14)*phip^6+1.35*10^(-11)*phip^5-3.83*10^(-9)*phip^4+3.94*10^(-7)*phip^3+2.47*10^(-
5)*phip^2-6.14*10^(-3)*phip+1.50)//Curva de torque do motor

```

*//cm=(bh\*kc)/(phip+100)*

```

A=(1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5
B=sin(phi)*cos(phi)
if sin(phi)<0 then
    sen=-sin(phi)
else
    sen=sin(phi)
end

```

*//Termos que multiplicam phi 2 pontos:*

```
M1=Jm
```

```
M2=(2*mp*r*L*C*sin(phi)*B)/A
```

```

M3=mp*r^2*(sin(phi))^2
M4=(mp*r^2*C*B^2)/(A^2)
M5=-(mi/L)*Jm*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Termos em função apenas de phi e phi ponto:
N1=-1*(((2*mp*r*L*C)/A^2)*((2*B*phip^2-phip^2*(sin(phi))^3)*A+(phip^2*sin(phi)*B^2*C)/A))
N2=-1*(mp*r^2*2*phip^2*B)
N3=-1*(((mp*r^2*C)/A^4)*(2*A^2*B*phip^2*cos(2*phi)+2*phip*B^3*C))
N4=mp*(-r*sin(phi)*phip-C*L*((B*phip)/A))*(-r*phip*cos(phi)+(-C*L*(phip*cos(2*phi))*A-
((phip*B^2*C^2*L)/A))/A^2)
N5=T
N6=-(mi/L)*T*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Posição x
x=L*A+r*cos(phi)

//Velocidade xp
xp=-r*phip*sin(phi)-C*L*((phip*B)/A)

//Volume
V=V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2)

//Cálculo da força de pressão do ar
c=((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k)
if c<1 then
    c=1
end

F_ar1=(P_min-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar2=%pi*rp^2*(P_min*(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)
F_ar3=(P_max-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar4=%pi*rp^2*(P_max*(((V0)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)

n=floor(phi/(2*%pi))

if phi<%pi+2*n*%pi then
    if V<V_A then
        F=F_ar4
        i=1
    else
        F=F_ar1
        i=2
    end
else
    if V>V_E then
        F=F_ar2
        i=3
    else
        F=F_ar3
        i=4
    end
end

```

```

end

G=r*sin(phi)+(r^2/L)*((sin(phi)*cos(phi))/((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5))

N7=F*G

phi2p=(N1+N2+N3+N4+N5+N6+N7)/(M1+M2+M3+M4+M5)

//Força transmitida pela biela

Fb=(-Jm*phi2p+T)/r

//Montagem das matrizes para a solução da caixa interna AA[X2p]+B=0

a11 = M+Me
a12 = 0
a13 = 0
a14 = 0
a15 = 0
a16 = 0
a21 = 0
a22 = M+Me
a23 = 0
a24 = 0
a25 = 0
a26 = 0
a31 = 0
a32 = 0
a33 = M+Me
a34 = 0
a35 = 0
a36 = 0
a41 = 0
a42 = 0
a43 = 0
a44 = Jx+Ix
a45 = Jxy
a46 = Jxz
a51 = 0
a52 = 0
a53 = 0
a54 = Jxy
a55 = Jy+Iy
a56 = Jyz
a61 = 0
a62 = 0
a63 = 0
a64 = Jxz
a65 = Jxy
a66 = Jz

u1 = Fb*sin(phi) + 4*km*(xx-delta_y*Lz) + 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)
u2 = -Fb*cos(phi) + 4*km*(yy+delta_x*Lz) + 4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)
u3 = 4*km*zz + 4*cm*zzp
u4 = -Jxy*delta_xp*delta_zp - Jy*delta_yp*delta_zp - Jyz*delta_zp^2 + Jxz*delta_xp*delta_yp +
Jxy*delta_yp^2 + Jz*delta_yp*delta_zp - Fb*cos(phi)*Le + 4*km*(yy+delta_x*Lz)*Lz + 4*km*delta_x*Ly^2 +
4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_xp*Ly^2
u5 = Jx*delta_xp*delta_zp + Jxy*delta_yp*delta_zp + Jxz*delta_zp^2 - Jxz*delta_xp^2 -
Jxy*delta_yp*delta_xp - Jz*delta_xp*delta_zp - Fb*sin(phi)*Le - 4*km*(xx-delta_y*Lz)*Lz +
4*km*delta_y*Lx^2 - 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_yp*Lx^2
u6 = - Jx*delta_xp*delta_yp - Jxy*delta_yp^2 - Jxz*delta_zp*delta_yp + Jxy*delta_xp^2 +
Jy*delta_xp*delta_yp + Jyz*delta_yp*delta_xp + 4*km*delta_z*Ly^2 + 4*km*delta_z*Lx*Lz +
4*cm*delta_zp*Ly^2 + 4*cm*delta_zp*Lx*Lz

```

```
AA = [a11 a12 a13 a14 a15 a16;a21 a22 a23 a24 a25 a26;a31 a32 a33 a34 a35 a36;a41 a42 a43 a44 a45
a46;a51 a52 a53 a54 a55 a56;a61 a62 a63 a64 a65 a66]
```

```
BB =[u1;u2;u3;u4;u5;u6]
```

```
PP = linsolve(AA,BB)
```

```
//Cálculo das acelerações:
```

```
xx2p = PP(1)
yy2p = PP(2)
zz2p = PP(3)
delta_x2p = PP(4)
delta_y2p = PP(5)
delta_z2p = PP(6)
```

```
//Runge-Kutta:
```

```
K5phi=phi2p
q5phi=phip
K5xx=xx2p
q5xx=xyp
K5yy=yy2p
q5yy=yyp
K5zz=zz2p
q5zz=zyp
K5delta_x=delta_x2p
q5delta_x=delta_xp
K5delta_y=delta_y2p
q5delta_y=delta_yp
K5delta_z=delta_z2p
q5delta_z=delta_zp
```

```
phi = PHI - (3/7)*dt*q1phi + (2/7)*dt*q2phi + (12/7)*dt*q3phi - (12/7)*dt*q4phi + (8/7)*dt*q5phi
phip = PHIP - (3/7)*dt*K1phi + (2/7)*dt*K2phi + (12/7)*dt*K3phi - (12/7)*dt*K4phi + (8/7)*dt*K5phi
xx = XX - (3/7)*dt*q1xx + (2/7)*dt*q2xx + (12/7)*dt*q3xx - (12/7)*dt*q4xx + (8/7)*dt*q5xx
xyp = XXP - (3/7)*dt*K1xx + (2/7)*dt*K2xx + (12/7)*dt*K3xx - (12/7)*dt*K4xx + (8/7)*dt*K5xx
yy = YY - (3/7)*dt*q1yy + (2/7)*dt*q2yy + (12/7)*dt*q3yy - (12/7)*dt*q4yy + (8/7)*dt*q5yy
yyp = YYP - (3/7)*dt*K1yy + (2/7)*dt*K2yy + (12/7)*dt*K3yy - (12/7)*dt*K4yy + (8/7)*dt*K5yy
zz = ZZ - (3/7)*dt*q1zz + (2/7)*dt*q2zz + (12/7)*dt*q3zz - (12/7)*dt*q4zz + (8/7)*dt*q5zz
zyp = ZYP - (3/7)*dt*K1zz + (2/7)*dt*K2zz + (12/7)*dt*K3zz - (12/7)*dt*K4zz + (8/7)*dt*K5zz
delta_x = DELTA_X - (3/7)*dt*q1delta_x + (2/7)*dt*q2delta_x + (12/7)*dt*q3delta_x - (12/7)*dt*q4delta_x
+ (8/7)*dt*q5delta_x
delta_xp = DELTA_XP - (3/7)*dt*K1delta_x + (2/7)*dt*K2delta_x + (12/7)*dt*K3delta_x -
(12/7)*dt*K4delta_x + (8/7)*dt*K5delta_x
delta_y = DELTA_Y - (3/7)*dt*q1delta_y + (2/7)*dt*q2delta_y + (12/7)*dt*q3delta_y - (12/7)*dt*q4delta_y
+ (8/7)*dt*q5delta_y
delta_yp = DELTA_YP - (3/7)*dt*K1delta_y + (2/7)*dt*K2delta_y + (12/7)*dt*K3delta_y -
(12/7)*dt*K4delta_y + (8/7)*dt*K5delta_y
delta_z = DELTA_Z - (3/7)*dt*q1delta_z + (2/7)*dt*q2delta_z + (12/7)*dt*q3delta_z - (12/7)*dt*q4delta_z +
(8/7)*dt*q5delta_z
delta_zp = DELTA_ZP - (3/7)*dt*K1delta_z + (2/7)*dt*K2delta_z + (12/7)*dt*K3delta_z -
(12/7)*dt*K4delta_z + (8/7)*dt*K5delta_z
```

```
T=ff*(-1.72*10^(-14)*phip^6+1.35*10^(-11)*phip^5-3.83*10^(-9)*phip^4+3.94*10^(-7)*phip^3+2.47*10^(-
5)*phip^2-6.14*10^(-3)*phip+1.50)/Curva de torque do motor
```

```
A=(1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5
```

```
B=sin(phi)*cos(phi)
```

```
if sin(phi)<0 then
```

```
    sen=-sin(phi)
```

```
else
```

```
    sen=sin(phi)
```

```
end
```

```

//Termos que multiplicam phi 2 pontos:

M1=Jm

M2=(2*mp*r*L*C*sin(phi)*B)/A

M3=mp*r^2*(sin(phi))^2

M4=(mp*r^2*C*B^2)/(A^2)

M5=-(mi/L)*Jm*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Termos em função apenas de phi e phi ponto:

N1=-1*((2*mp*r*L*C)/A^2)*((2*B*phip^2-phip^2*(sin(phi))^3)*A+(phip^2*sin(phi)*B^2*C)/A))

N2=-1*(mp*r^2*2*phip^2*B)

N3=-1*(((mp*r^2*C)/A^4)*(2*A^2*B*phip^2*cos(2*phi)+2*phip*B^3*C))

N4=mp*(-r*sin(phi)*phip-C*L*((B*phip)/A))*(-r*phip*cos(phi)+(-C*L*(phip*cos(2*phi))*A-
((phip*B^2*C^2*L)/A))/A^2)

N5=T

N6=-(mi/L)*T*sen*(-r*sin(phi)-(C*L*B)/A)

//Posição x

x=L*A+r*cos(phi)

//Velocidade xp

xp=r*phip*sin(phi)-C*L*((phip*B)/A)

//Volume

V=V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2)

//Cálculo da força de pressão do ar

c=((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k)
if c<1 then
    c=1
end

F_ar1=(P_min-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar2=%pi*rp^2*(P_min*(((V0+2*r*%pi*rp^2)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)
F_ar3=(P_max-P_atm)*%pi*rp^2
F_ar4=%pi*rp^2*(P_max*(((V0)^k)/((V0+(L+r-x)*(%pi*rp^2))^k))-P_atm)

n=floor(phi/(2*%pi))

if phi<%pi+2*n*%pi then
    if V<V_A then
        F=F_ar4
        i=1
    else
        F=F_ar1
        i=2
    end
else
    if V>V_E then
        F=F_ar2
    end
end

```

```

        i=3
    else
        F=F_ar3
        i=4
    end
end
end

G=r*sin(phi)+(r^2/L)*((sin(phi)*cos(phi))/((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5))

N7=F*G

phi2p=(N1+N2+N3+N4+N5+N6+N7)/(M1+M2+M3+M4+M5)

//Força transmitida pela biela

Fb=(-Jm*phi2p+T)/r

//Montagem das matrizes para a solução da caixa interna AA[X2p]+B=0

a11 = M+Me
a12 = 0
a13 = 0
a14 = 0
a15 = 0
a16 = 0
a21 = 0
a22 = M+Me
a23 = 0
a24 = 0
a25 = 0
a26 = 0
a31 = 0
a32 = 0
a33 = M+Me
a34 = 0
a35 = 0
a36 = 0
a41 = 0
a42 = 0
a43 = 0
a44 = Jx+Ix
a45 = Jxy
a46 = Jxz
a51 = 0
a52 = 0
a53 = 0
a54 = Jxy
a55 = Jy+Iy
a56 = Jyz
a61 = 0
a62 = 0
a63 = 0
a64 = Jxz
a65 = Jxy
a66 = Jz

u1 = Fb*sin(phi) + 4*km*(xx-delta_y*Lz) + 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz)
u2 = -Fb*cos(phi) + 4*km*(yy+delta_x*Lz) + 4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)
u3 = 4*km*zz + 4*cm*zzp
u4 = -Jxy*delta_xp*delta_zp - Jy*delta_yp*delta_zp - Jyz*delta_zp^2 + Jxz*delta_xp*delta_yp +
Jxy*delta_yp^2 + Jz*delta_yp*delta_zp - Fb*cos(phi)*Le + 4*km*(yy+delta_x*Lz)*Lz + 4*km*delta_x*Ly^2 +
4*cm*(yyp+delta_xp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_xp*Ly^2

```

```

u5 = Jx*delta_xp*delta_zp + Jxy*delta_yp*delta_zp + Jxz*delta_zp^2 - Jxz*delta_xp^2 -
Jxy*delta_yp*delta_xp - Jz*delta_xp*delta_zp - Fb*sin(phi)*Le - 4*km*(xx-delta_y*Lz)*Lz +
4*km*delta_y*Lx^2 - 4*cm*(xxp-delta_yp*Lz)*Lz + 4*cm*delta_yp*Lx^2
u6 = - Jx*delta_xp*delta_yp - Jxy*delta_yp^2 - Jxz*delta_zp*delta_yp + Jxy*delta_xp^2 +
Jy*delta_xp*delta_yp + Jyz*delta_yp*delta_xp + 4*km*delta_z*Ly^2 + 4*km*delta_z*Lx*Lz +
4*cm*delta_zp*Ly^2 + 4*cm*delta_zp*Lx*Lz

```

```

AA = [a11 a12 a13 a14 a15 a16;a21 a22 a23 a24 a25 a26;a31 a32 a33 a34 a35 a36;a41 a42 a43 a44 a45
a46;a51 a52 a53 a54 a55 a56;a61 a62 a63 a64 a65 a66]
BB =[u1;u2;u3;u4;u5;u6]
PP = linsolve(AA,BB)

```

//Cálculo das acelerações:

```

xx2p = PP(1)
yy2p = PP(2)
zz2p = PP(3)
delta_x2p = PP(4)
delta_y2p = PP(5)
delta_z2p = PP(6)

```

//Runge-Kutta:

```

K6phi=phi2p
q6phi=phip
K6xx=xx2p
q6xx=xxp
K6yy=yy2p
q6yy=yyp
K6zz=zz2p
q6zz=zzp
K6delta_x=delta_x2p
q6delta_x=delta_xp
K6delta_y=delta_y2p
q6delta_y=delta_yp
K6delta_z=delta_z2p
q6delta_z=delta_zp

```

```

phi = PHI + (dt/90)*(7*q1phi + 32*q2phi + 12*q4phi + 32*q5phi + 7*q6phi)
phip = PHIP + (dt/90)*(7*K1phi + 32*K2phi + 12*K4phi + 32*K5phi + 7*K6phi)
xx = XX + (dt/90)*(7*q1xx + 32*q2xx + 12*q4xx + 32*q5xx + 7*q6xx)
xxp = XXP + (dt/90)*(7*K1xx + 32*K2xx + 12*K4xx + 32*K5xx + 7*K6xx)

```

```

yy = YY + (dt/90)*(7*q1yy + 32*q2yy + 12*q4yy + 32*q5yy + 7*q6yy)
yyp = YYP + (dt/90)*(7*K1yy + 32*K2yy + 12*K4yy + 32*K5yy + 7*K6yy)
zz = ZZ + (dt/90)*(7*q1zz + 32*q2zz + 12*q4zz + 32*q5zz + 7*q6zz)
zzp = ZYP + (dt/90)*(7*K1zz + 32*K2zz + 12*K4zz + 32*K5zz + 7*K6zz)
delta_x = DELTA_X + (dt/90)*(7*q1delta_x + 32*q2delta_x + 12*q4delta_x + 32*q5delta_x + 7*q6delta_x)
delta_xp = DELTA_XP + (dt/90)*(7*K1delta_x + 32*K2delta_x + 12*K4delta_x + 32*K5delta_x +
7*K6delta_x)
delta_y = DELTA_Y + (dt/90)*(7*q1delta_y + 32*q2delta_y + 12*q4delta_y + 32*q5delta_y + 7*q6delta_y)
delta_yp = DELTA_YP + (dt/90)*(7*K1delta_y + 32*K2delta_y + 12*K4delta_y + 32*K5delta_y +
7*K6delta_y)
delta_z = DELTA_Z + (dt/90)*(7*q1delta_z + 32*q2delta_z + 12*q4delta_z + 32*q5delta_z + 7*q6delta_z)
delta_zp = DELTA_ZP + (dt/90)*(7*K1delta_z + 32*K2delta_z + 12*K4delta_z + 32*K5delta_z +
7*K6delta_z)

```

```

T=ff*(-1.72*10^(-14)*phip^6+1.35*10^(-11)*phip^5-3.83*10^(-9)*phip^4+3.94*10^(-7)*phip^3+2.47*10^(-
5)*phip^2-6.14*10^(-3)*phip+1.50)//Curva de torque do motor

```

//Cálculo dos esforços

Torque=T

```

if sin(phi)<0 then
    sen=-sin(phi)
else
    sen=sin(phi)
end

Fat=(mi/L)*(-Jm*phi2p+T)*sen

n=floor(phi/(2*pi))

if phi<=pi+n*2*pi then
    if phi>=n*2*pi then
        alpha=acos((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5)*(360/(2*pi))
    else
        alpha=-acos((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5)*(360/(2*pi))
    end
else
    alpha=-acos((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5)*(360/(2*pi))
end
alpha=-1*alpha

if phi<=pi+n*2*pi then
    if phi>=n*2*pi then
        alhap=((r/L)^2*(sin(phi)*cos(phi)*phip))/(((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5)*((r/L)^2*(sin(phi)^2)^0.5))
    else
        alhap=-((r/L)^2*(sin(phi)*cos(phi)*phip))/(((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5)*((r/L)^2*(sin(phi)^2)^0.5))
    end
else
    alhap=-((r/L)^2*(sin(phi)*cos(phi)*phip))/(((1-(r/L)^2*(sin(phi))^2)^0.5)*((r/L)^2*(sin(phi)^2)^0.5))
end
alhap=-1*alhap

if F<0 then
    F=0
end
if F>F_ar3 then
    F=F_ar3
end

P=F/(pi*rp^2)//Pressão

F_vib=((4*km*(xx-delta_y*Lz) + 4*cm*(xyp-delta_yp*Lz))^2 + (4*km*(yy+delta_x*Lz) +
4*cm*(yyp+delta_xp*Lz))^2 + (4*km*zz + 4*cm*zzp)^2)^0.5//Força de vibração transmitida à carcaça

//Na matriz Lp colocam-se as variáveis de interesse para os gráficos, no estado atual o programa plotará os
resultados das vibrações da caixa interna
//Para plotar o funcionamento do sistema pistão biela manivela adicionar [x;x2p;alpha;alhap;Fat] dentro
do Lp e adicionar os respectivos plots

Lp =
[phi;phip;phi2p;xx;xyp;xx2p;yy;yyp;yy2p;zz;zzp;zz2p;delta_x;delta_xp;delta_x2p;delta_y;delta_yp;delta_y2p;de
lta_z;delta_zp;delta_z2p;P;V;F_vib;T]
Lt = [Lt,Lp]

//Medidor de progresso

if (modulo(cont, 100) == 0) then
    perc = (t/tf)*100
    print(io(2),perc)
end
cont=cont+1
t=t+dt

```

end

*//Visualização dos gráficos*

```

scf(1)
plot2d(tempo,Lt(1,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Ângulo phi","tempo(s)","phi(rad)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(2)
plot2d(tempo,Lt(2,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Velocidade Angular phip","tempo(s)","phip(rad/s)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(3)
plot2d(tempo,Lt(3,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Aceleração angular phi2p","tempo(s)","phip2p(rad/s^2)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(4)
plot2d(tempo,Lt(4,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Deslocamento X da caixa interna","tempo(s)","X(m)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label

```

```

ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(5)
plot2d(tempo,Lt(5,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Velocidade X da caixa interna","tempo(s)","Xp(m/s)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(6)
plot2d(tempo,Lt(6,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Aceleração X da caixa interna","tempo(s)","X2p(m/s^2)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(7)
plot2d(tempo,Lt(7,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Deslocamento Y da caixa interna","tempo(s)","Y(m)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(8)
plot2d(tempo,Lt(8,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Velocidade Y da caixa interna","tempo(s)","Yp(m/s)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label

```

```

ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(9)
plot2d(tempo,Lt(9,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Aceleração Y da caixa interna","tempo(s)","Y2p(m/s^2)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(10)
plot2d(tempo,Lt(10,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Deslocamento Z da caixa interna","tempo(s)","Y(m)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(11)
plot2d(tempo,Lt(11,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Velocidade Z da caixa interna","tempo(s)","Yp(m/s)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(12)
plot2d(tempo,Lt(12,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Aceleração Z da caixa interna","tempo(s)","Y2p(m/s^2)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label

```

```

ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(13)
plot2d(tempo,Lt(13,:)*180/%pi,style=color("red"))
xgrid(2);
xlabel("Inclinação delta_x da caixa interna","tempo(s)","delta_x(graus)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(14)
plot2d(tempo,Lt(14,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xlabel("Velocidade angular delta_xp da caixa interna","tempo(s)","delta_xp(rad/s)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(15)
plot2d(tempo,Lt(15,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xlabel("Aceleração angular delta_x2p da caixa interna","tempo(s)","delta_x2p(rad/s^2)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(16)
plot2d(tempo,Lt(16,:)*180/%pi,style=color("red"))
xgrid(2);
xlabel("Inclinação delta_y da caixa interna","tempo(s)","delta_y(graus)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label

```

```

ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(17)
plot2d(tempo,Lt(17,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Velocidade angular delta_yp da caixa interna","tempo(s)","delta_yp(rad/s)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(18)
plot2d(tempo,Lt(18,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Aceleração angular delta_y2p da caixa interna","tempo(s)","delta_y2p(rad/s^2)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(19)
plot2d(tempo,Lt(19,:)*180/%pi,style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Inclinação delta_z da caixa interna","tempo(s)","delta_z(graus)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(20)
plot2d(tempo,Lt(20,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Velocidade angular delta_zp da caixa interna","tempo(s)","delta_zp(rad/s)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label

```

```

ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(21)
plot2d(tempo,Lt(21,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Aceleração angular delta_z2p da caixa interna","tempo(s)","delta_z2p(rad/s^2)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(22)
plot2d(Lt(23,:),Lt(22,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Diagrama P x V","Volume(m^3)","Pressão(Pa)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(23)
plot2d(tempo,Lt(24,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Força de vibração nas molas","tempo(s)","Força(N)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(24)
plot2d(tempo,Lt(25,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Torque","tempo(s)","Torque(Nm)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label

```

```

ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5
scf(25)
plot2d(Lt(4,:),Lt(7,:),style=color("red"))
xgrid(2);
xtitle("Movimento do CG no plano XY","X(M)","Y(M)");
a=get("current_axes");
a.title
type(a.title)
a.x_label
a.y_label
a.labels_font_size=4
p=a.title
pp=a.x_label
ppp=a.y_label
p.font_size=5
pp.font_size=5
ppp.font_size=5

```